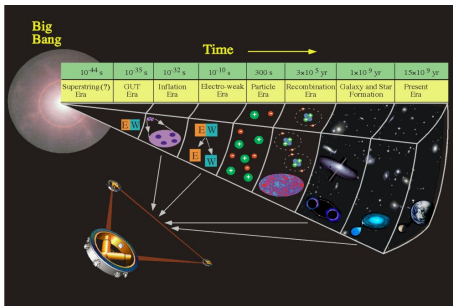


A sztochasztikus gravitációshullám-háttér keresésének technikái

Gravitációshullámok szeminárium

Barta Dániel



2010. május 7.

- 1 Bevezetés
- 2 All-sky search
 - Geometria
 - Érzékenység
 - Szimuláció
- 3 Directional search
 - Radiometrikus jelmeghatározás
 - A két módszer összehasonlítása

Mi az a sztochasztikus gravitációshullám háttér?

- Sztochasztikus gravitációshullám háttér (SGWB) alatt az asztrofizikai vagy kozmológiai eredetű, egyedileg meghatározatlan nagyszámú GW források hullámainak **szuperpozícióját** értjük
- Állandóan jelen lévő sugárzás, a kozmikus mikrohullámú háttér gravitációs analógiája

Detektálás szempontjából mi a SGWB-k közös jellemzője?

- Az SGWB jelek az egyedi detektorok nem-Gauss eloszlású, műszaki zajától **megkülönböztethetetlenek**, a zajtól csak több detektor adatsorának kereszt-korrelációjával különböztethetők meg

Miért lényeges a háttér kutatása?

- Az Univerzum fejlődésének legkorábbi időszakában lezajlott folyamatok - szokásos asztrofizikai (EM spektrumból) megfigyelésekkel kimutathatatlan - **egyedi és változatlan** lenyomatát hordozza
- A háttér amplitúdójának közvetlen mérése alapvető fontosságú az **Univerzum fejlődésének megértésében**, valamint lehetőséget ad **kozmológiai elméletek ellenőrzésére**

All-sky search

Geometria

Az SGWB hatása a detektor párok adatsoraiban jelentkező korreláció, ami izotróp háttér esetén a Fourier-térben:

$$\langle \tilde{h}_1^*(f) \tilde{h}_2(f') \rangle = \frac{1}{2} \delta(f - f') \gamma_{12}(f) S_{gw}(f), \quad (1)$$

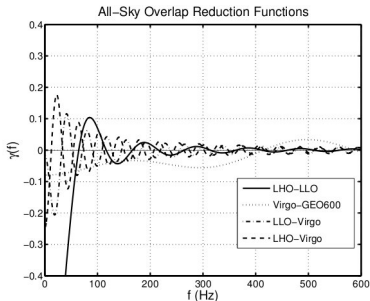
ahol S_{gw} az egyik interferométer karjában keltett SGWB teljesítményspektrum-sűrűsége,

$$\gamma_{12}(f) = (d_1)_{ab} (d_2)_{cd} \frac{5}{4\pi} \int \int d^2\Omega_{\hat{n}} (P^{TT\hat{n}})_{cd}^{ab} e^{i2\pi f \hat{n} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)/c} \quad (2)$$

overlap reduction function (ORF) pedig a korreláció 1-es és a 2-es detektor geometriai elrendezésétől való függést tartalmazza. A detektorok $\vec{r}_{1,2}$ elhelyezkedését a transverse-traceless $(P^{TT\hat{n}})_{cd}^{ab}$ projektor a \hat{n} normálvektorra vetíti, a két kar közötti

$$d^{ab} = \frac{1}{2} (\hat{x}^a \hat{x}^b - \hat{y}^a \hat{y}^b) \quad (3)$$

távolságot a \hat{x} , \hat{y} egységvektorokból állítja elő.



1. ábra. Az ORF függvény különböző detektor párokra.

Nulla frekvenciánál a detektor orientációja teljesen meghatározza az ORF-et. Vegyük észre, hogy

- Az LHO és LLO jól szeparáltak a Földgömbön és orientáltak is: $\gamma_{HL}(0) = -0,89$.
- Virgo-GEO600 rosszul orientáltak: $\gamma_{VG}(0) = -0,08$. Ennek ellenére a frekvencia-függés egészen más: például 350 Hz-en nem esik a frekvencia akkorát, mint LHO-LLO esetén.
- A LHO-Virgo és LLO-Virgo párok közepes esetek: a nagyobb távolságokkal az ORF-ek oszcillálnak a frekvenciával, de nem esnek úgy mint a LHO-LLO.

- A SGWB spektrum jelének karakterisztikus jellemzésére bevezetjük a következő, Ω_{EM} -mel analóg mennyiséget:

$$\Omega_{gw} = \frac{f}{\rho_c} \frac{d\rho_{gw}}{df} = \frac{10\pi^2}{3H_0^2} f^3 S_{gw}(f), \quad (4)$$

ahol $d\rho_{gw}$ a gravitációs sugárzás energiasűrűsége az f -től at $f + df$ frekvenciáig tartó tartományban.

- A szokásos kereszt-korrelációs metódusok a háttér $S_R = S_{gw}/S(f)$ amplitúdójának mérését célozzák meg, S_{gw} -nek feltételeznek egy specifikus $S(f)$ alakot. A detektorok adott koincidencia adatsorai közötti kereszt-korrelált statisztikát t_1 és t_2 időpillanat között az

$$Y = \int_{t_1}^{t_2} \int_{t_1}^{t_2} s_1(t') Q(t' - t'') s_s(t'') dt' dt'' \quad (5)$$

Fourier-transzformált méri, az $P_{1,2}(f)$ zaj teljesítményspektrum-sűrűségekkel.

- Az optimális szűrőt a

$$Q(f) = N \frac{\gamma_{12}(f) S(f)}{P_1(f) P_2(f)} \quad (6)$$

definiálja és N -et úgy választjuk, hogy $\langle Y \rangle = S_R$ legyen.

- Ha a zaj teljesítményspektrum-sűrűsége S_{g_w} -hez viszonyítva nagy, akkor a statisztika varianciája ($T = t_2 - t_1$ a feldolgozott adat ideje):

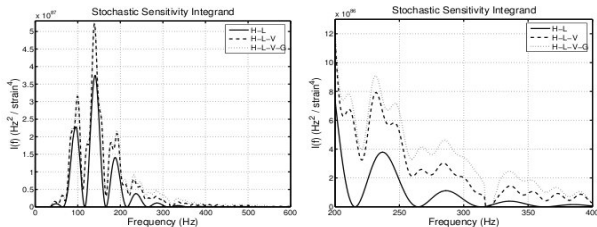
$$\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2 := \sigma^2 = \frac{1}{2T} \left(\int_0^\infty \frac{(\gamma_{12}(f)S(f))^2}{P_1(f)P_2(f)} \right)^{-1} \quad (7)$$

- A signal-to-noise ratio (SNR) a standard kereszt-korrelációs statisztika szerint:

$$\text{SNR}^2 = \frac{\langle Y \rangle^2}{\sigma^2} = 2TS_R^2 \int_0^\infty (S(f))^2 I_{12}(f) df, \quad (8)$$

ahol az $I_{12} = (\gamma_{12}(f))^2 / P_1(f)P_2(f)$ az SNR a különböző frekvenciákra való érzékenységét hordozza.

- A különböző detektor párok korreláció-mérése és a különböző időkre vett korreláció-mérés ugyan az: a pont várhatóértéke Y egy σ^{-2} relatív súllyal.



2. ábra. Különböző detektor párokra kombinált érzékenység-integrandusok.

- A kereszt-korrelációs analízis ellenőrzésére szimulált SGWB jelet injektálnak
- Injektált jel: Extra-galaktikus pörgő magnetárok jelének szuperpozíciója

Probléma: A jel túl gyenge lehet

- Mesterségesen felerősített amplitúdók

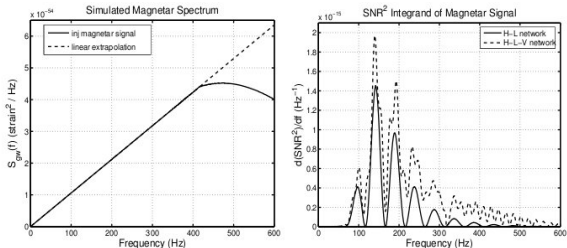


Figure 4. The magnetar spectrum used to generate simulated signals, and the associated integrand for squared signal-to-noise-ratio. Note that since $S_{gw}(f)$ increases approximately linearly with frequency up to about 400 Hz, this spectrum, while broad-band, tends to favour the higher frequencies where LIGO-Virgo detector pairs are more sensitive. Beyond 400 Hz, the spectrum is no longer linear, but we show the SNR that would result from attempting to detect it with a $S(f) \propto f$ filter; the corrections are negligible below about 500 Hz, and still small throughout the frequency range displayed. Note that integrating the area under the H-L-V curve on the right still gives an SNR below 10^{-6} from 24 hours of data, so we scale up the injected strain signal by a factor of several thousand in the simulations described in Section 4.

Magösszeomlásos szupernóvák

- Neutron star formation: *Blair & Ju 1996, Coward et al. 2001-02, Howell et al. 2004, Buonanno et al. 2005*
- Stellar Black Hole formation: *Ferrari et al. 1999, de Araujo et al. 2000-04*

Neutron csillagok

- tri-axial emission: *Regimbau & de F. Pacheco 2001-06*
- bar or r-modes: *Owen et al. 1998, Ferrari et al. 1999, Regimbau 2001*
- phase transitions: *Sigl 2006*

Kompakt kettősök

- near coalescence (NS, BH): *Regimbau et al. 2006-07, Coward et al. 2005 (BNS), Howell et al. 2007 (BBH)*
- low frequency inspiral phase: *Ferrari et al. 2002, Farmer & Phinney 2002, Cooray 2004 (WD-NS)*

Az All-Sky search módszer általánosítható a következő képpen:

- Optimális szűrőt kell keresni különböző szögekre a $P(\hat{\Omega})$ teljesítmény spektrumhoz, ekkor a

$$\langle Y \rangle = T \left(Q, \int_{S^2} d\hat{\Omega} \frac{\gamma_{\hat{\Omega}} P(\hat{\Omega}) S}{P_1 P_2} \right) \quad (9)$$

kereszt-korrelált statisztika, ahol S egy polarizálatlan pontforrás strain teljesítményspektruma

- Az overlap reduction function pedig szintén **szögfüggővé válik**:

$$\gamma_{\hat{\Omega}} = \frac{1}{2} \sum_A e^{i2\pi f \hat{n} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)/c} F_1^A(\hat{\Omega}) F_2^A(\hat{\Omega}) \quad (10)$$

- Jól lokalizált asztrofizikai forrásokra érdemes $P(\hat{\Omega})$ -t **csak** az égbolt kijelölt tartományára illeszteni: pontforrásokra $P(\hat{\Omega}) = \delta(\hat{\Omega}, \hat{\Omega}')$.
- Ezzel a választással

$$Q_{\hat{\Omega}'}(f) = N \frac{\gamma_{\hat{\Omega}'}(f) S(f)}{P_1(f) P_2(f)} \quad (11)$$

az optimális szűrő.

Directional search

A két módszer összehasonlítása

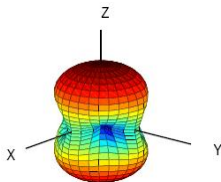
A directional search az All-Sky search-höz képest:

- Az izotróp eredmény előállítható a teljes égre vett radiometrikus eredmények integrálásával (lehetőség, de nem éri meg)
- Ha minden korrelált jel egy pontból jön $\hat{\Omega}'$ alatt, azaz $\langle S_1^* S_2 \rangle = \gamma_{\hat{\Omega}'} S$, akkor **nő az signal-to-noise ratio**

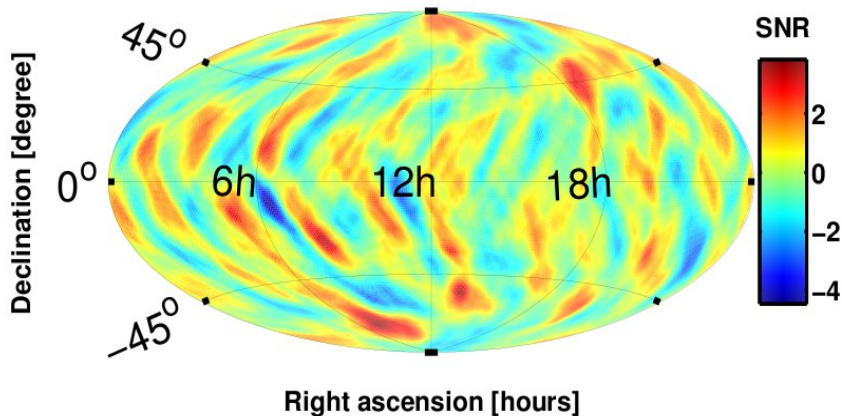
$$\frac{\text{SNR}_{\text{iso}}}{\text{SNR}_{\hat{\Omega}'}} = \frac{[\gamma_{\text{iso}}, \gamma_{\hat{\Omega}'}]}{\sqrt{[\gamma_{\text{iso}}, \gamma_{\text{iso}}][\gamma_{\hat{\Omega}'}, \gamma_{\hat{\Omega}'}]}} \quad (12)$$

Az arány értéke **-1 és +1 között** változhat, rossz pozícióban az izotróp keresés negatív vagy nulla korrelációt is mutathat!

- A radiometrikus módszer érzékenysége elméletileg **függ az objektum deklinációtól**, de **független a rektaszenciától**



4. ábra. Az interferométerek irányérzékenysége.



4. ábra. Egy példa térkép szimulált Gauss-eloszlású zaj az *signal-to-noise ratio*jára $SNR = Y_{opt}/\sigma_{opt}$. Látható struktúra: észak-dél irányú törések az detektor antenna faktor szimmetria tulajdonságaiból fakadóan.