

Zajhatások III.

Hőmérsékleti zajok. A zajcsökkentés lehetőségei

ENYINGI VERA ATALA

Fizikus MSc., asztrofizika modul

II. évfolyam



2015

Tartalomjegyzék

1. A rendszer leírása	1
1.1. A rendszer egyenlete	1
2. A zaj csökkentésének lehetőségei	3
2.1. A zaj csökkentése a gyakorlatban	4
Hivatkozások	5

Az interferométer tulajdonságainak vizsgálatakor figyelembe kell vennünk, hogy a tükrök mennyire tekinthetők nyugalomban lévő testnek. Ehhez meg kell vizsgálnunk a *tükrök hőmozgását*, amiből a **termikus zaj** adódik. Ez a próbatestek mozgásaként interpretálható, mely elméleti határt szab az érzékenységre a ~ 100 Hz körüli tartományban.

1. A rendszer leírása

A tükörrendszer sugárzási egyensúlyban van a környezetével, a hőmozgás három helyen jelenik meg ekkor:

1. a tükör részecskéi,
2. a külső optikai réteg,
3. a tükör felfüggesztése.

Az első két eset csak egy kritikus másodpercenkénti fotonszám felett fog számítani, mivel az egyes részecskékről visszaszóródó fotonok fáziseltolódása átlagban nullát ad, ha nem a tükör mozdul el merev testként[1]. A harmadik eset azonban többféle rezgési módust is ad, melyekből a tükör felületére merőleges, a lézernyaláb irányával megegyező módusok jelennek meg a kimeneten zajként. Ezen módusokat csökkenteni akarjuk, amelyre egy mód, hogy a módusok közötti csatolást kihasználva a nem kívánt módusból származó energiát egy másik módusba tereljük át. A harmadik eset vizsgálatakor a tükör felfüggesztésének hőmozgása rázza a tükröt. A szálnak a mozgása modellezhető: egyrészt figyelembe kell venni az átviteli függvényét az erők és a mozgások között, másrészt a benne fellépő belső erőket. Mivel a rendszert nagyon precízen kell ismernünk a kívánt pontosság eléréséhez, a felfüggesztési pontok pontos elhelyezkedését, és a szár geometriáját is alaposan fel kell térképezni.

1.1. A rendszer egyenlete

A tükörrendszer leírásához egy egyszerűsített modellt használunk, amivel az alapvető paraméterek és arányosságok megvizsgálhatóak. A modell egy csillapított-

gerjesztett oszcillátor [2], melyre igaz az alábbi egyenlet:

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = F(t) \quad (1.1)$$

Itt β súrlódási együttható, $F(t)$ az időfüggő gerjesztő erő, és k a rugóállandó, m a tükör tömege, x , \dot{x} és \ddot{x} pedig a tükör lézernyaláb mentén történő kitérése, illetve ennek az egyszeres illetve kétszeres időderiváltjai.

A β átírható az alábbi alakra:

$$\beta = \frac{m\omega_0}{Q} \quad (1.2)$$

Ahol ω_0 az oszcillátor sajátfrekvenciája. Innen ezután kifejezhető Q , azaz a jósági tényező (*quality factor*), azaz hogy a rendszerben mennyi a disszipáció a rezonanciafrekvencián:

$$Q = \frac{m\omega_0}{\beta} \quad (1.3)$$

Ennek az értéknek a reciproka adja a szögveszteséget (*loss angle*):

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{Q} \quad (1.4)$$

A rendszer **csillapítása** nem származhat légellenállásból, hiszen a tükör vákuumban található. A csillapítást így az anyagban fellépő belső súrlódásokból származtatjuk. A Q és a Φ a tükörtartó szálak mechanikai és egyéb anyagra jellemző tulajdonságaitól fognak csak függeni.

A **gerjesztő erő** a rendszerben a hőmozgásból származik. A fluktuáció-disszipáció elmélet segítségével megadható a rendszerben a fluktuáló erő teljesítményspektroma [3] és [4] alapján:

$$F^2(\omega) = 4k_B T \beta \quad (1.5)$$

Ezt továbbalakítom [5] alapján:

$$F(\omega) = \sqrt{4k_B T \beta} = \sqrt{4k_B T \frac{m\omega_0}{Q}} = \sqrt{4k_B T m \omega_0 \Phi} \quad (1.6)$$

Az erő hatására az átviteli függvényen keresztül fellépő kitérés a frekvenciatartományon:

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (1.7)$$

$X(\omega)$ a kitérés Fourier-transzformáltja. Ahol $H(\omega)$ az átviteli függvény [5]

$$H(\omega) = \frac{1}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\omega_0/Q)^2}} \quad (1.8)$$

A fenti kifejezést az általunk vizsgált tartományon, ahol a termikus zaj a domináns (~ 100 Hz körüli tartományban), azaz ahol a mozgás frekvenciája jóval magasabb, mint a rezonanciafrekvencia, az alábbi alakra egyszerűsíthetjük:

$$H(\omega) = \frac{1}{m} \frac{1}{\omega^2} \quad (1.9)$$

A $X(\omega)$ az alábbi alakba írható:

$$X(\omega) = \frac{\sqrt{4k_B T \beta}}{m\omega^2} = \frac{\sqrt{4k_B T m \omega_0 \Phi}}{m\omega^2} = \sqrt{\frac{8\pi k_B T f_0 \Phi}{m}} \frac{1}{4\pi^2 f^2} \quad (1.10)$$

$$h_f(f) = \frac{X(f)}{L} = \sqrt{\frac{k_B T f_0 \Phi}{2\pi^3 m}} \frac{1}{L f^2} \quad (1.11)$$

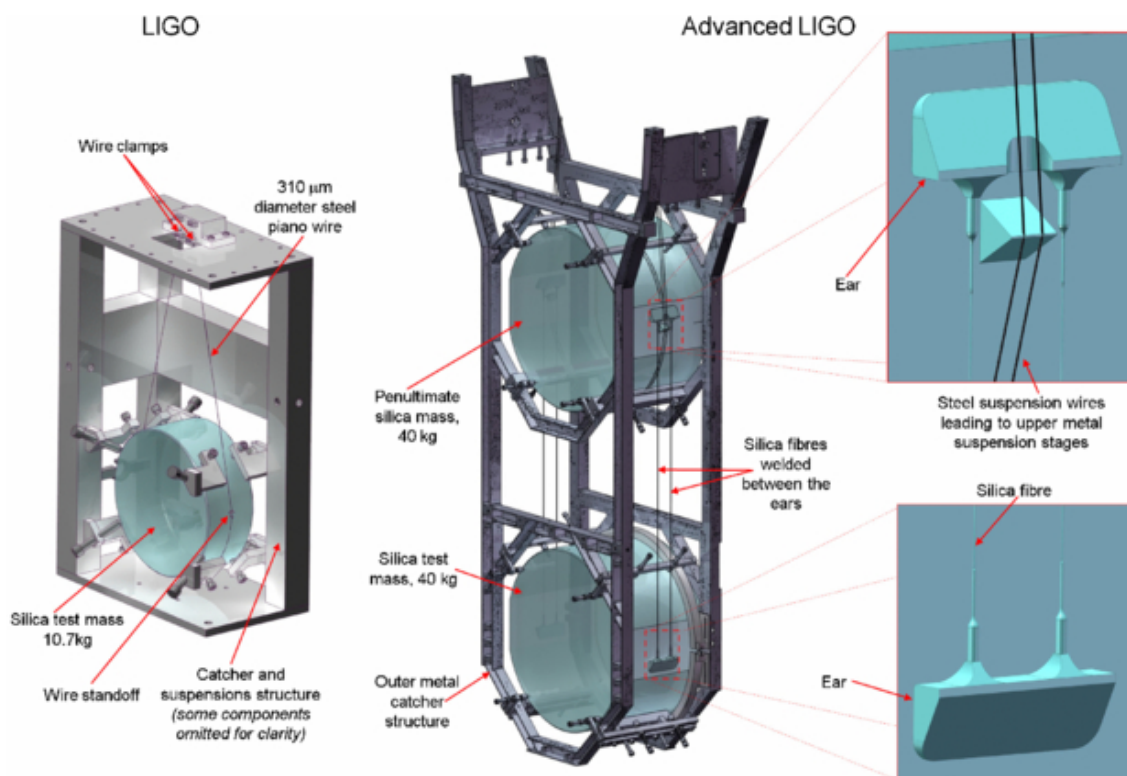
2. A zaj csökkentésének lehetőségei

A 1.11 képletből látható, hogy a hőmérséklet hatásainak csökkentésére milyen lehetőségeink adódnak. Csökkenthető a zaj, ha

- $\sim \sqrt{T}$, azaz a rendszert hűtjük,
- $\sim \sqrt{f_0} \sim \frac{1}{\sqrt{L}}$, azaz növeljük a karhosszat. Ekkor a rezonancia csökken.
- $\sim \sqrt{\Phi}$, ami a belső súrlódással van kapcsolatban. Így adódik át hőmérséklet a felfüggesztésre a tükörből. Ennek minél kisebbnek kell lennie.
- $\sim \frac{1}{\sqrt{m}}$, azaz a felfüggesztett tömeg növelésével.

További zaj származik abból, hogy a tükröt a lézernyaláb melegíti, azonban ez nem jelent egyenletes hőtágulást, amit korrigálnak a tükör egyenletes melegítésével, amit igazítani tudnak az interferométer pillanatnyi teljesítményéhez, illetve a lézernyaláb alakjához (Thermal Compensation System, TCS[6]).

2.1. A zaj csökkentése a gyakorlatban

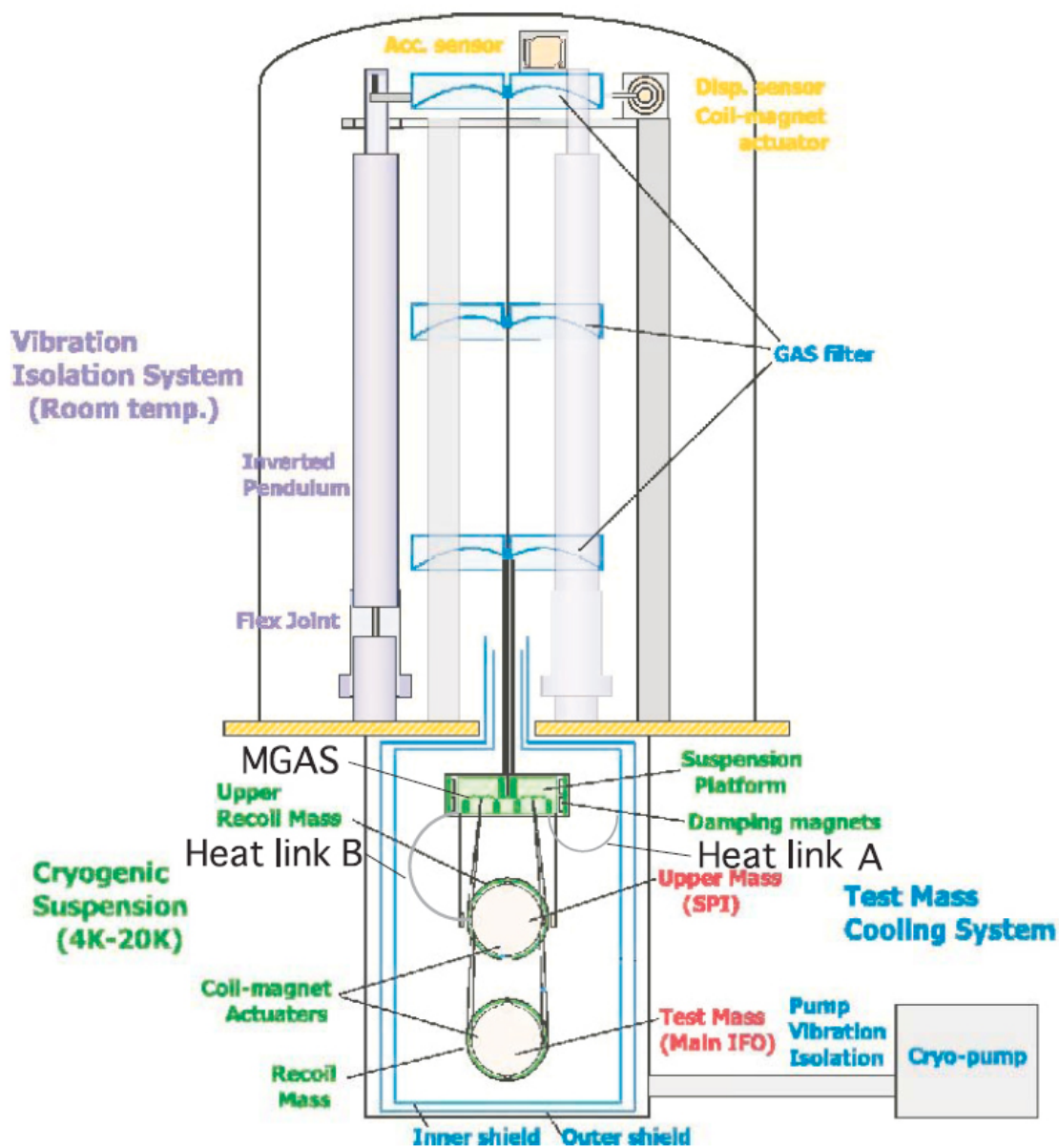


2.1. ábra. A LIGO (balra) és az Advanced LIGO (középen) tükörrendszere [7]. Az Advanced LIGO-nál kettő, ugyanolyan tömegű test van felfüggesztve monolitikusan¹, olvasztott szilika szálakkal, melyek a testekhez hidroxikatalízis kötésekkel van rögzítve. A célja a felfüggesztés anyagaiból származó hőmérsékleti zaj csökkentése (magasabb Q faktorú, mint az eddigi, acél felfüggesztés). Az ábrán a két tömeg: penultimate mass ('utolsó előtti tömeg') és silica test mass ('szilika teszt tömeg') felirattal látható. [8]

A *LIGO* detektor esetében a zaj csökkentését az *Advanced LIGO*-hoz a tükrök tömegének növelésével érték el (11 kg-ról 40 kg-ra [9], a felfüggesztések a 2.1 ábrán láthatóak). A fenti felsorolás segítségével látható, hogy ez a változtatás a felfüggesztett tömegben $\frac{1/\sqrt{11}}{1/\sqrt{40}} = \frac{0,302}{0,158} \approx 1,96$ -szoros változást okozott. A tükör 0,1 mm-es átmérőjű acélszálakon függött a *LIGO* esetében, amiket az *Advanced LIGO*-ban szilikát kötésű olvasztott szilícium szálakra cseréltek [10]

A *KAGRA* (Kamioka Gravitational Wave Detector [11]) detektor hűtött tükrökkel fog rendelkezni, amelyeket a 2.2 illetve a 2.3 ábrán látható módon fognak felfüggeszteni és hűteni.

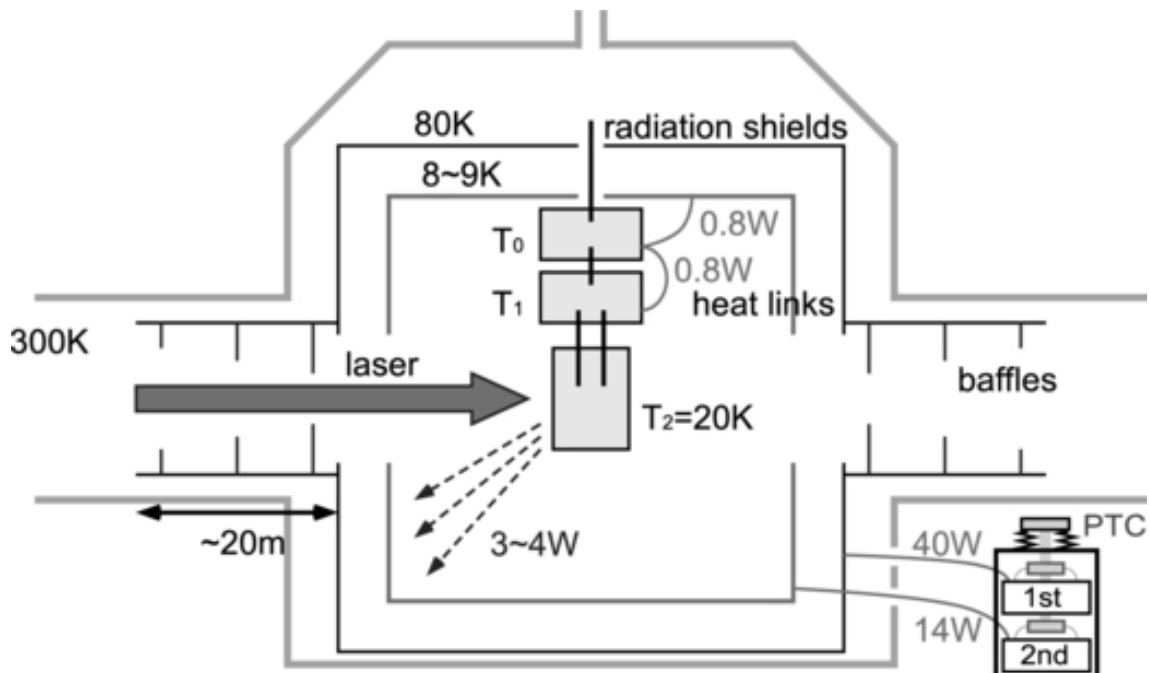
¹Monolitikus: megbonthatatlanul egységes, szilárdan összetartó



2.2. ábra. A KAGRA tükör felfüggesztése és hűtése. A hűtőrendszer és a hűtött elemek az ábrán késsel vannak jelölve illetve a kék kereten belül láthatóak. Látható, hogy a felfüggesztett tesztömegek, illetve a a vibráció izolációs rendszer egy része is hűtve van.

Hivatkozások

- [1] S. A. Hughes, S. Marka, P. L. Bender, and C. J. Hogan. *New physics and astronomy with the new gravitational-wave observatories*. ArXiv Astrophysics



2.3. ábra. A KAGRA hűtése [12]. A tesztömeg hővezetőkkel kapcsolatban áll az első (8-9 K), illetve második (80 K) sugárzási árnyékoláshoz (radiation shield), amiket hűtenek (pulse-tube cryo-cooler, PTC). A felfüggesztés utolsó három része is a hűtésen belül található.

e-prints, 2001. astro-ph/0110349

- [2] P. R. Saulson. *Thermal noise in mechanical experiments*. Physical Review D, 42:2437–2445, 1990
- [3] Peter R. Saulson. *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors*
- [4] Herbert B. Callen and Theodore A. Welton. *Irreversibility and generalized noise*. Phys. Rev., 83:34–40, 1951
- [5] P. Raffai. *Gravitációshullám-asztrofizika előadás, jegyzet*
- [6] G. M. Harry and LIGO Scientific Collaboration. *Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors*. Classical and Quantum Gravity, 27(8):084006, 2010
- [7] A. V. Cumming, A. S. Bell, L. Barsotti, M. A. Barton, G. Cagnoli, D. Cook, L. Cunningham, M. Evans, G. D. Hammond, G. M. Harry, A. Heptonstall,

- J. Hough, R. Jones, R. Kumar, R. Mittleman, N. A. Robertson, S. Rowan, B. Shapiro, K. A. Strain, K. Tokmakov, C. Torrie, and A. A. van Veggel. *Design and development of the advanced LIGO monolithic fused silica suspension*. *Classical and Quantum Gravity*, 29(3):035003, 2012
- [8] J. R. Smith and LIGO Scientific Collaboration. *The path to the enhanced and advanced LIGO gravitational-wave detectors*. *Classical and Quantum Gravity*, 26(11):114013, 2009. 0902.0381
- [9] The LIGO Scientific Collaboration, J. Aasi, B. P. Abbott, R. Abbott, T. Abbott, M. R. Abernathy, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, and et al. *Advanced LIGO*. *Classical and Quantum Gravity*, 32(7):074001, 2015. 1411.4547
- [10] L. Carbone, S. M. Aston, R. M. Cutler, A. Freise, J. Greenhalgh, J. Heefner, D. Hoyland, N. A. Lockerbie, D. Lodhia, N. A. Robertson, C. C. Speake, K. A. Strain, and A. Vecchio. *Sensors and actuators for the Advanced LIGO mirror suspensions*. *Classical and Quantum Gravity*, 29(11):115005, 2012. 1205.5643
- [11] Y. Aso, Y. Michimura, K. Somiya, M. Ando, O. Miyakawa, T. Sekiguchi, D. Tatsumi, and H. Yamamoto. *Interferometer design of the KAGRA gravitational wave detector*. *Physical Review D*, 88(4):043007, 2013. 1306.6747
- [12] K. Somiya. *Detector configuration of KAGRA-the Japanese cryogenic gravitational-wave detector*. *Classical and Quantum Gravity*, 29(12):124007, 2012. 1111.7185
- [13] *Harmonic oscillators*, *Wikipedia*
- [14] Frederick Reif. *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*
- [15] V. I. Panov V. B. Braginsky, V. P. Mitrofanov