

Zajhatások I.

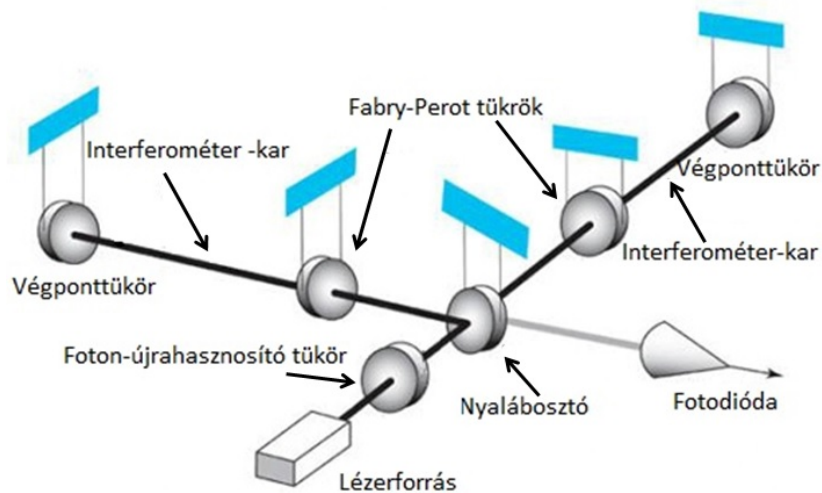
Bombolya László

Budapest, ELTE, 2014.05.21.

1. Bevezetés

A földi interferometrikus gravitációshullám-detektorok érzékenységét sok különböző zajforrás befolyásolja, ezért fontos közelebbről tanulmányozni ezeket. A gravitációshullám-jelek keresésének alapelve, hogy a jeleket a detektor zajától próbáljuk elkülöníteni. Ehhez az szükséges, hogy a jelről és a zajról egyaránt minél több és pontosabb ismeretünk legyen, hiszen az elkülönítés csak a jeleket a zajtól (vagy a zajt a jelektől) megkülönböztető ismert tulajdonságok alapján lehetséges. Mivel a gravitációs hullámok az interferométer karhosszainak a változását nagyon kis mértékben módosítják, ezért már a légnyomás ingadozása (szél) vagy akár a lokális állapotvilág mozgása is kellően nagy zajt okozhat a gravitációshullám-detektor jelében, hogy elfedjék a gravitációs hullám források jeleit. Ezért ha a detektorokban a zajok nincsenek megfelelően csillapítva, akkor csökken az esély a gravitációs hullámok detektálására.

Az 1. ábrán látható egy gravitációshullám-detektor (például a Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, röviden LIGO [1, 2]) vázlatos felépítése. A következőkben röviden áttekintem a gravitációshullám-detektorban jelentkező zajhatásokat. A lézer optikai rezonátorából kijövő lézerténynek van egy saját intenzitás- és frekvencia zaja, ami nem csillapítható. Az interferométer tükreinek felfüggesztésében a szeizmikus forrású zajok és a felfüggesztés termális zaja [3] jelennek meg, amik a tükrök lengését okozzák. A karokban ideális vákuum nem idézhető elő, ezért maradvány gázok egy másik zajforrásként jelennek meg a zajspektrumban. A gravitációshullám-detektor érzékenységét befolyásoló további zajok a sugárnyomás- [4] és a sörétzaj [5], mind a kettő az időegység alatt egységnyi felületen áthaladó fotonszám változásából adódik. A sörétzaj és a sugárnyomás zaja nem azonos a lézer intenzitás és frekvencia ingadozásából származó zajjal. További zaj forrás lehet a szórt fény és a fénysugár-nyaláb irányának kicsiny ingadozása a céltárgy felületén (angolul *Beam jitter* [6]), amik közül az előbbi a lézersugár fő irányából kiszóródik, majd később visszaszóródik, az utóbbi az optikai rendszer apró hibájából adódhat. Egy plusz zajhatás a detektor környezetében mozgó tömegek változó gravitációs tere, ami szintén megmozgatja az interferométer tükreit, és így a kimeneti adatsorban zajhatásként jelentkezik.[7]



1. ábra. A LIGO vázlatos felépítése. Kezdetben a LIGO Hanfordi állomásán ugyanazon vákuumrendszeren belül működött egy 2 km és egy 4 km karhosszúságú interferométer is.[1, 7] Azóta a 2 km -est szétszerelték, és a továbbiakban nem fog működni már (az alkatrészeiből Indiában fognak felépíteni egy 4 km -es detektort LIGO-India néven). A lézerforrásból érkező nyaláb a nyalábosztó segítségével az interferométer karjaiba jut. A karokban a végponttükör és a Fabry-Perot tükrök között többször visszaverődik [2]. Pár visszaverődés után a nyalábosztóra visszajut a lézerfény és ez a tükör a fotodiódára irányítja a két karból érkező nyalábot. A nyalábosztóból a lézerforrás felé is érkezik lézerfény. Azért, hogy minél kevesebb foton vesszen kárba, egy foton-újrahasznosító tükröt is betesznek a lézerforrás és a nyalábosztó közé, ezzel csökkentve a foton veszteséget,. Ez a tükör csökkenti a nyalábosztóból érkező lézerfény visszajutását a lézerforrásba.[7, 8]

A dolgozatban a legfontosabb zajforrásokat összegzem a 2. részben. Ezt követően a 3. részben az interferometriás detektálás elvi hátterét is megvizsgálom. Majd a zajforrások közül a földi gravitációshullám-detektorok számára két jelentőset külön is tárgyalok. A sörétzajt a 4. részben és a sugárnyomás zaját az 5. részben kiemelten megvizsgálom. E kettő zajforrásnak a csökkentésére is kitérek. Végül a 6. részben a LIGO Fabry-Perot interferométer karjai által okozott hatást mutatom meg a sörétzaj és a sugárnyomás zajára.

2. Zajforrások

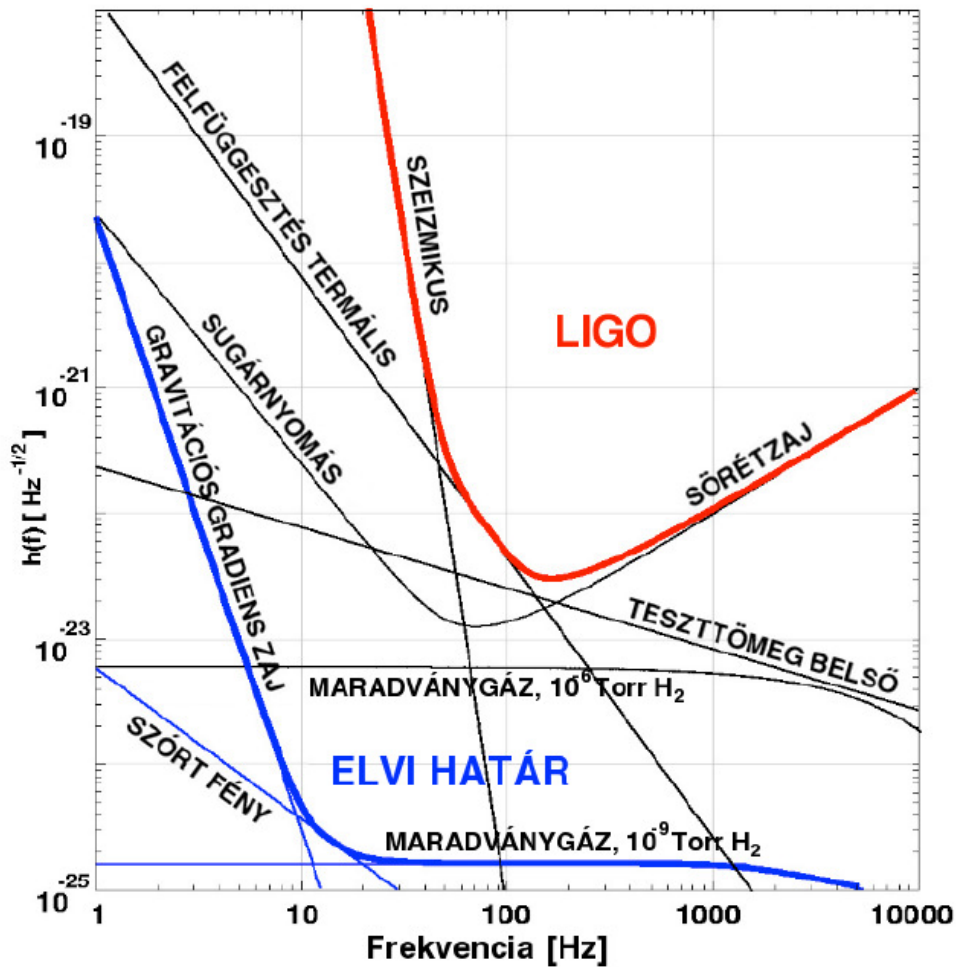
A földi gravitációshullám-detektorok érzékenységét a különböző zajok csökkenthetik. A következő felsorolás tartalmazza a legfontosabb és a legérdekesebb zajok és azok forrásait, amiknek jó részét már Rainer Weiss (az interferometrikus gravitációshullám-detektor egyik kitalálója [9]) is felfedezte [10]:

- Szeizmikus zaj: Környezeti vagy emberi tevékenységből származó hatások keltette szeizmikus zajok folyamatosan kölcsönhatnak a detektorban lévő teszt-tömeggekkel [2] (a LIGO és egyéb földi gravitációshullám-detektorok esetében a teszt-tömegek az interferométer karjaiban lévő tükrök [1]). A Földkéreg természetes mozgásából adódó állandó jel 150 mHz frekvenciánál csúcsot ad a mért adatokban.[7] Ezt a csúcsot hívják „mikroszeizmikus csúcsnak”. Emberi zajok általában az előbbinél magasabb frekvencián, néhány Hz-en adnak csúcsot. Ezért érdemes a teszt-tömeget megfelelően elszigetelni a felszíntől, hogy a szeizmikus zajok csillapíthatóak legyenek. Ezek a zajok az első generációs földi gravitációshullám-detektorokban korlátot szabtak az alacsony frekvenciás jelek érzékelésénél. A második generációs detektoroknál nagyobb hangsúlyt kapott a teszt-tömegek szeizmikus zajoktól való elszigetelése. Ennek hatására a szeizmikus zaj a felfüggesztés termikus zajához közeli értékre csökkenthető.[11]
- A felfüggesztés termikus zaja: A teszt-tömeg felfüggesztésében termikusan gerjesztett vibrációs módusok jelenhetnek meg, amik kis mértékben, de lengetik a teszt-tömegeket.[3]
- Sörétzaj: A lézerből kijövő fotonok száma változó, ezért a detektor az egymást követő időintervallumok alatt különböző számú fotonot detektál. Az időegység alatt kibocsájtott foton szám Poisson eloszlást követ, ami nagy fotonszámra Gauss eloszlásba megy át. A foton szám fluktuációjának a hatása arányos az $1/\sqrt{\text{(bejövő lézer teljesítmény)}}$ -el.[5]
- Sugárnyomás zaja: A lézerforrásból a teszt-tömegekre érkező lézersugár nem minden időpillanatban rendelkezik azonos számú lézerfotonnal, ezért változó erősségű nyomást fejt ki a teszt-tömegekre. Ez a hatás arányos az $\sqrt{\text{(bejövő lézer teljesítmény)}}$ -el, azaz sörétzaj inverzével. Következésképp nem lehet minden határ nélkül növelni a lézer teljesítményét, különben túlzottan nagy lesz a lézer-nyomásból származó zaj.[4]
- Gravitációs gradiens zaj: A földrengések, atmoszférikus nyomás változása, autók, állatok detektor közeli mozgása sűrűség perturbációként hat a létesítmény környezetében. Ezek a környezeti hatások jelentős fluktuációkat okoznak az interferométer teszt-tömegeire ható gravitációs vonzóerőben. Ez az egyik fő limitáló tényező a földi elhelyezésű detektoroknál az alacsony frekvenciás gravitációshullám-jelek detektálásában.[7]
- A lézer intenzitás és frekvencia zaj: Az optikai rezonátorból a lézerfény nem állandó intenzitással és frekvenciával lép ki. Azaz a fényintenzitása és a frekvenciája picit változik, az ebből származó zajok nem lehet csökkenthetőek.
- Szórt fény: A fő lézernyalábbból kiszóródhatnak lézersugarak, amik később visszaszóródnak, így egyesülve az interferométer jelével. Ez a kiszóródott lézersugár információt hordoz az ott szóró anyagról és más fázissal rendelkezhet, mint az interferométer fő nyalábjá, így módosítva a várt jelet.
- Maradvány gáz: Ideális vákuumot nehéz létrehozni és ezért minden vákuum rendszerben van visszamaradó gáz, amit nagyon nehéz eltüntetni. A LIGO esetében ezek a maradvány gázok általában hidrogénből állnak, a maximálisan elérhető nyomás 10^{-9} Torr. A visszamaradt gáz sűrűsödései fénytörést okozhatnak az interferométer karjaiban. Ugyanakkor a visszamaradt gáz ütközhet a teszt-tömeeggel is, ami zajt generál.

- A fénysugár-nyaláb irányának kicsiny ingadozása a céltárgy felületén: Az optikai rendszer alacsony frekvenciás zaja a lézersugár pozícióját és szögét kis mértékben módosíthatja, ami a detektorba interferencia jelet adhat.
- Elektromos mező: A teszt-tömeg körüli elektromos mezőben létrejövő fluktuációk az interferométer jelebe tudnak csatolódní, a mező és a gerjesztett vagy már jelen lévő felületi töltésekkel való kölcsönhatás során.
- Mágneses mező: A fluktuációk a lokális mágneses mezőben kihatnak a teszt-tömegeket tartó mágnesekre.
- Kozmikus zápor: Nagyenergiás müon elnyelődése a teszt-tömegben, ami meglöki azt és változó, időben csillapodó rezgést kelt

A gravitációshullám-detektorok érzékenységét a zajhatások összege és az interferométer átviteli függvénye határozza meg. A 2. ábrán a LIGO-ban előforduló főbb zajhatások és azok burkolója van feltüntetve.

A továbbiakban a két főbb zajforrást vizsgáljuk meg. Az egyik a sörétzaj, a másik a sugárnyomás zaja.



2. ábra. A LIGO érzékenység görbéje, a különböző zajforrások az amplitúdó strain zajspektrumban. A piros vonal jelöli a LIGO kezdeti érzékenységét, a kék vonal az elvi határ, amit földi körülmények között már nem lehet csökkenteni. Az ábrán a fontosabb zajhatások spektruma van feltüntetve. Az átviteli függvény csak a sörétzajra van hatással, ami miatt emelkedik a LIGO érzékenység görbéje a magasabb frekvenciák felé (a 6. részben részletesebb magyarázat van erre vonatkozóan). A LIGO esetében a nagyon erősen levágó gravitációs gradiens zaj, a több száz kilométerre lévő part mentén az óceán hullámtöréséből származik [12].

3. Intenzitáskülönbség mérése

Egy általános földi gravitációshullám-detektornál az interferométer két, egyenként L hosszú karjában végigfutó lézernyalábok interferenciájának mértékét meg lehet határozni. Úgy megválasztva a karok hosszait, hogy az azokban végigfutó lézernyalábok ellentétes fázisban érjenek a detektorhoz, azaz a detektor a sugarak teljes kioltása során ne érzékeljen bejövő foton. Két lézernyaláb interferenciája akkor ad teljes kioltást, ha a két nyaláb pont félszériódusnyi hullámhossz különbséggel találkozik. Az interferométerekben a lézernyalábok

fáziskülönbségét ismerve egy külső f_{GH} frekvenciájú hullám hatását ki lehet számolni.

A [13] jegyzetben kiszámolt $\Delta\phi$ fáziskülönbség és a h gravitációs hullám-amplitúdó kapcsolata a következő:

$$\Delta\phi = \frac{4\pi hL}{\lambda} \cos\left(2\pi f \frac{L}{c}\right) \frac{\sin\left(2\pi f \frac{L}{c}\right)}{2\pi f \frac{L}{c}} \quad (1)$$

ahol L a detektor karhossza, c a fénysebesség, f a gravitációs hullám frekvenciája, λ a lézerefény hullámhossza. A lézerefény kioltási frekvenciák:

$$f = \frac{c}{4L}n \quad (2)$$

ahol $n = 0, 1, 2, \dots$ egész szám. A fáziskülönbség ismeretével ki tudjuk számolni a két teszt-tömeg közötti távolság megváltozását. Azonban a detektorokkal csak fényintenzitást tudunk mérni, ezért összefüggést kell találni a fényintenzitás és a fáziskülönbség között.

Két A amplitúdóval rendelkező hullám interferenciáját tekintve, kioltást akkor tapasztalunk, ha π fáziskülönbséggel találkoznak a hullámok:

$$A(t) = Ae^{i2\pi ft} - Ae^{i2\pi ft}e^{i\Delta\phi} \quad (3)$$

ebből fényintenzitást úgy kapunk, ha a komplex konjugáltjával össze szorozzuk:

$$I = (Ae^{i2\pi ft} - Ae^{i2\pi ft}e^{i\Delta\phi})(Ae^{-i2\pi ft} - Ae^{-i2\pi ft}e^{-i\Delta\phi}) = A^2 - A^2e^{i\Delta\phi} - A^2e^{-i\Delta\phi} + A^2 \quad (4)$$

ezt összevonva, és felhasználva, hogy $\frac{e^{i\Delta\phi} + e^{-i\Delta\phi}}{2} = \cos \Delta\phi$, a következőt kapjuk az intenzitásra:

$$I = 2A^2(1 - \cos \Delta\phi) \quad (5)$$

ha $\Delta\phi = 0$, akkor $\cos \Delta\phi = 1 \rightarrow I = 0$, azaz a két fénysugár kioltásba van.

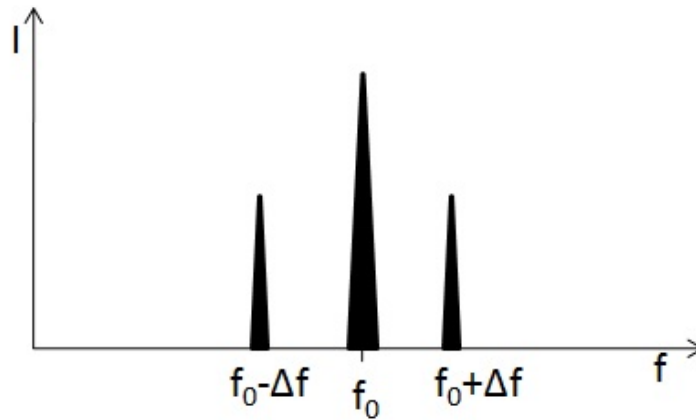
Ha beérkezik egy gravitációs hullám, akkor $\Delta\phi$ kicsi, ezért $\cos \Delta\phi$ Taylor sorba fejthető:

$$\cos \Delta\phi = 1 - \frac{\Delta\phi^2}{2} + \dots \quad (6)$$

A sorfejtést beírva az intenzitás:

$$I = 2A^2\left(1 - 1 + \frac{\Delta\phi^2}{2}\right) = A^2\Delta\phi^2 \sim h^2 \quad (7)$$

Azaz a lézerefény intenzitása arányos a beérkező gravitációs hullám négyzetével. Az ilyen adatok feldolgozása problémásabb mint, ha a mért mennyiség lineárisan függene a beérkező gravitációs hullám amplitúdójától. Ezért olyan összehasonlító jel mérést végzünk, ahol a lézerefény egy alacsonyabb frekvenciás hullámmal van modulálva. A 3. képen látható jelleget kapunk a lézerefényre spektrumára, ahol $\Delta f \ll f_0$.



3. ábra. A lézernyél amplitúdó modulált jele. Az f_0 a lézernyél frekvenciája, Δf a moduláló rádió frekvencia. A lézernyél frekvenciája mellett két kisebb intenzitású sáv a modulációból származó oldalsávok.

A rendszerünket ekkor úgy állítjuk be, hogy az f_0 -ban legyen kioltás $\rightarrow f_0 - \Delta f$ és $f_0 + \Delta f$ -ra nem lesz kioltás. Az f_0 -ra a kioltás, a lézernyalábok útkülönbségéből:

$$\Delta s = n \frac{c}{2f_0} \quad (8)$$

hasonlóan az $f_0 - \Delta f$ -re is felírható az útkülönbség:

$$\Delta s = k \frac{c}{4(f_0 - \Delta f)} \quad (9)$$

az (8) egyenletet egyenlővé téve a (9) egyenlettel, a frekvencia különbségre a következőt kapjuk:

$$\Delta f = \left(1 - \frac{k}{2n}\right) f_0 \quad (10)$$

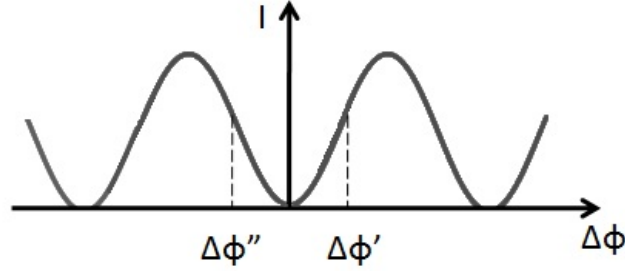
ahol $n \neq k$, $n = 1, 2, \dots$, $k = 1, 2, \dots$, abba az esetben, ha a kezdeti intenzitás nem 0 lesz. Azaz a 4. ábrán látható $\Delta \phi'$ eltolódik egy kicsit, + vagy - irányba. Megvizsgálva a másik irányt, az útkülönbséget $f_0 + \Delta f$ -re:

$$\Delta s = x \frac{c}{f_0 + \Delta f} \quad (11)$$

az x értékét akarjuk meghatározni, ezért a (10)-et behelyettesítve és x -re rendezve az egyenletet:

$$n - \frac{k}{4} = x \quad (12)$$

Ez azt jelenti, hogy a 4. ábrán látható $\Delta \phi'$ eltolódik egy kicsit, + vagy - irányba. Tehát amíg f_0 -ban a két lézernyaláb kioltja egymást, addig a modulált frekvenciáknál fényintenzitást mér a detektor. A beérkező gravitációs hullám a három frekvencia csúcsot (3. ábra) eltolja \pm irányba és a fáziskülönbség az f_0 esetében 0 körül van, kicsit változik. Ezzel szemben az $f_0 + \Delta f$ és az $f_0 - \Delta f$ a fáziskülönbség függvény (4. ábra) a lineáris részre esik, azaz ezzel arányosan nő vagy csökken az intenzitás, ami jól mérhető.



4. ábra. A detektorban lévő intenzitás a fáziskülönbség függvényében. A $\Delta\phi'$ a $f_0 + \Delta f$ -hez tartozó, míg a $\Delta\phi''$ a $f_0 - \Delta f$ -hez tartozó fáziskülönbség.

Ha beérkezik egy $\Delta\phi_{GH}$ fáziskülönbséget okozó gravitációs hullám, akkor a modulált amplitúdójú lézerefény a $\Delta\phi''$ -helyen a következőképp írható:

$$\Delta\phi'' = \frac{\pi}{2} + \Delta\phi_{GH} \quad (13)$$

Az úgy nevezett oldalsáv intenzitása változik. A (5) egyenletbe behelyettesítve :

$$I_{(f_0 - \Delta f)} \sim 2A^2 \left(1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} + \Delta\phi_{GH} \right) \right) \quad (14)$$

trigonometrikus azonosságot használva és feltéve, hogy $\Delta\phi_{GH}$ kicsi, $\sin \Delta\phi_{GH} \cong \Delta\phi_{GH}$:

$$I_{(f_0 - \Delta f)} \sim 2A^2 + 2A^2 \Delta\phi_{GH} \quad (15)$$

ahol az intenzitás már csak lineárisan függ a fáziskülönbségtől. Ahhoz, hogy megfelelő pontosságú adatot kapjunk a mérés során, összehasonlítjuk a gravitációs hullám okozta felfényléseket:

$$I_{(f_0 - \Delta f)} - I_{(f_0 + \Delta f)} = 4A^2 \Delta\phi_{GH} \quad (16)$$

Összegezve: Egy adott frekvenciájú lézerefényt amplitúdó modulálunk, hogy alacsony frekvencia különbségekkel két másik frekvencia is legyen a lézer fő frekvenciája mellett. Ezt követően az interferométert úgy állítjuk be, hogy a fő frekvenciára kioltást adjon a két karon végigfutó lézerefény. A modulált frekvenciák intenzitása a fáziskülönbség változásával lineárisan változik. A két oldalsáv különbsége alap esetben (nincs gravitációs hullám) nulla lenne, de amikor gravitációs hullám érkezik a két intenzitás egy irányba tolódik el és az ekkor számolt intenzitáskülönbség nem nulla.

4. Sörétzaj

Fényintenzitás mérésnél láttuk, hogy az intenzitás a lézersugár amplitúdójával arányos, $I \sim A^2$, vagy másként megfogalmazva az intenzitás az időegység alatt detektált fotonok számával arányos, $I \sim \bar{N}$.

Ha egy folyamatban egy esemény időegységenként átlagosan \bar{N} -szor történik meg, és az események egymástól függetlenek, akkor annak a valószínűsége, hogy ugyanazon időegység alatt N ilyen esemény történik meg, azt a Poisson-eloszlás (valószínűsége sűrűség függvénye) adja meg: [14]:

$$P(N) = \frac{\bar{N}^N e^{-\bar{N}}}{N!} \quad (17)$$

ha $\bar{N} \rightarrow \infty$, akkor Gauss eloszlást kapunk, ahol $\sigma = \sqrt{\bar{N}}$ szórás az egy időintervallum alatt átlagosan kibocsátott fotonok számának a gyöke.

Tehát, a (17) egyenlet segítségével meg tudjuk adni egy mérési idő alatt történt események számát (jelen esetben a fotonszámot). Feltesszük, hogy $\bar{n} = \frac{\text{darabszám}}{\text{másodperc}}$, ami az időegység alatt beérkező fotonok száma. Ekkor egy τ mérési idő alatt detektált fotonok számát $\bar{N} = \bar{n}\tau$ adja. Egyszeri mérést végezve a fotonszám fluktuációt a következő képlet adja:

$$\frac{\sigma}{\bar{N}} = \frac{\sqrt{\bar{n}\tau}}{\bar{n}\tau} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}\tau}} \quad (18)$$

Azaz ha sok foton bocsájt ki a rendszer, akkor csökken a fluktuáció mértéke.

A lézerforrásból kijövő teljesítményt vizsgálva. Egy foton energiája $\hbar\omega = 2\pi\hbar c/\lambda$. Időegység alatt kijövő fotonok száma és azok energiája meg határozza a kijövő lézertény teljesítményt (P_{out}) [14]:

$$P_{out} = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} \bar{n} \quad (19)$$

a foton fluxusra átrendezve:

$$\bar{n} = \frac{\lambda}{2\pi\hbar c} P_{out} \quad (20)$$

A kijövő teljesítmény megadásával meg határozható az időegységre eső átlagos fotonszám. Úgy választjuk meg a lézer teljesítményét, hogy a bemenő teljesítmény felével $P_{out} = P_{in}/2$ egyezzen meg [14]. Itt az érzékenységet, dP_{out}/dL , a karhosszúság változásának a maximuma adja:

$$\frac{dP_{out}}{dL} = \frac{2\pi}{\lambda} P_{in} \quad (21)$$

Korábban a fotonszám fluktuációt (18) egyenlet segítségével határoztuk meg. Most a kijövő teljesítményre, $P_{out} = P_{in}/2$, is hasonló következtetéseket levonva azt kapjuk, hogy $\bar{N} = (\lambda/4\pi\hbar c)P_{in}\tau$ a fotonszám τ idő intervallumra, és a fotonszám fluktuáció $\sigma_{\bar{N}}/\bar{N} = \sqrt{(\lambda/4\pi\hbar c)P_{in}\tau}$. Más szemszögből nézve a kijövő fotonszám fluktuáció olyan, mintha a teszt-tömegek pozíciója változna. Ezt az elgondolást tekintve a teszt-tömeg δL változását fel tudjuk írni a fotonszám fluktuációja és a teljesítmény fluktuációjának a hányadosaként:

$$\sigma_{\delta L} = \frac{\sigma_{\bar{N}}}{\bar{N}} / \frac{1}{P_{out}} \frac{dP_{out}}{dL} = \sqrt{\frac{\hbar c \lambda}{4\pi P_{in} \tau}} \quad (22)$$

A kar relatív hosszváltozás $\Delta L/L = h/2$. Azaz az intenzitásbeli fluktuáció gravitációs hullám által okozott zavarként tekinthető, azaz $\sigma_h = \sigma_{\delta L}/L$ behelyettesítve:

$$\sigma_h = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\hbar c \lambda}{4\pi P_{in} \tau}} \quad (23)$$

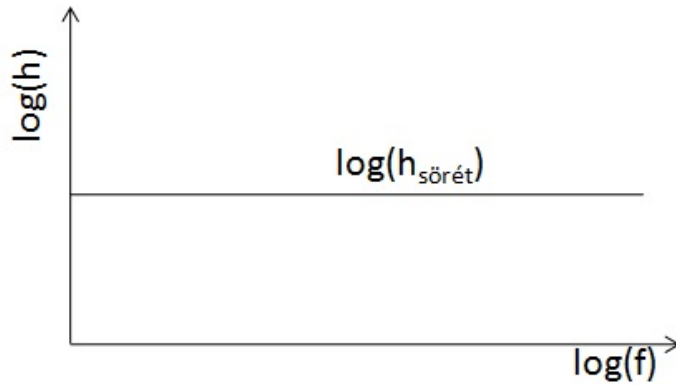
feltételezve, hogy $\tau = 1$ másodperc. A foton sörétzaja által okozott amplitúdót ($h_{sörét}$) a következő alakban írhatjuk:

$$h_{sörét} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\hbar c \lambda}{2\pi P_{in}}} \quad (24)$$

erről látjuk, hogy:

$$h_{\text{sörét}} \sim \frac{1}{L}, \quad \text{és} \quad h_{\text{sörét}} \sim \sqrt{\frac{1}{P_{\text{in}}}} \quad (25)$$

tehát az interferométer karok hosszainak növelésével, vagy a kimenő lézer teljesítményével növelésével lehet csökkenteni a sörétzaj hatását. A sörétzaj frekvencia független a zajspektrumba a 5. ábrán látható konstans jelet adja.



5. ábra. A sörétzaj, strain zajspektruma a frekvencia függvényében. Az ábrán jól látszik a számolás (24) eredménye, azaz hogy a sörétzaj spektruma frekvenciafüggetlen.

Ha csak a sörétzaj lenne, ami határt szab az érzékenységben, akkor egyszerűen csak egy erős lézerrórást kellene betenni. De a túl nagy teljesítményű lézer egy másik zajt erősít fel, mégpedig a sugárnyomás zaját.

5. A sugárnyomás zaja

A sugárnyomás zaja abból adódik, hogy a lézersugár fotonjai nekiütkeznek a teszt-tömegnek és az impulzusuk iránya megváltozik. Ez az irányváltozás a teszt-tömegre nyomást fejt ki. A teszt-tömegnek ebből származó mozgását perturbációnak tekintjük. Mikroszkopikus esetben ezt úgy vizsgálánk, hogy egy foton visszapattan egy atomról. Távlatból tekintve, ha egy időintervallum alatt ugyanannyi foton ütközik a teszt-tömegnek, mint az azt követő időintervallumban, akkor egy állandó távolságot észlelnénk, amit könnyen korrigálni lehet. De a fotonszám fluktuációja miatt minden időintervallumban különböző mértékű nyomás nehezedik a teszt-tömegre, ami változó mértékű lökést és kilengést okoz.

A sugárnyomás hatásának a meghatározásához felidézzük, hogy egy P teljesítményű lézersugár teljes visszaverődése egy tükrön a következő erőhatást fejt ki (**author?**) [14]:

$$F_{\text{rad}} = \frac{P}{c} \quad (26)$$

A sörétzajhoz hasonlóan kiszámolható a teljesítmény fluktuációja és az erő fluktuációja:

$$\sigma_F = \frac{1}{c} \sigma_P \quad (27)$$

ezt az amplitúdó spektrális sűrűségével frekvencia térben felírva:

$$F(f) = \sqrt{\frac{2\pi\hbar P_{in}}{c\lambda}} \quad (28)$$

ami független a frekvenciától.

Vegyük azt az esetet, amikor a teszt-tömegek szabadon elmozdulhatnak. Ez a közelítés akkor jó, ha a gerjesztő frekvencia sokkal nagyobb, mint a felfüggesztés (az inga) rezonanciafrekvenciája. Ebben az esetben a felfüggesztés rezonanciafrekvenciája kicsi, ezért azokon a frekvenciákon, ahol a sugárnyomás zaja lényeges, már sokkal nagyobb frekvenciáknak számítanak, mint a felfüggesztés rezonanciafrekvenciája. Ekkor egy teszt-tömege az elmozdulás mértéke a változó sugárnyomás egy $P_{in}/2$ teljesítményű lézer nyalábja által:

$$x(f) = \frac{1}{m(2\pi f)^2} F(f) = \frac{1}{mf^2} \sqrt{\frac{\hbar P_{in}}{8\pi^3 c\lambda}} \quad (29)$$

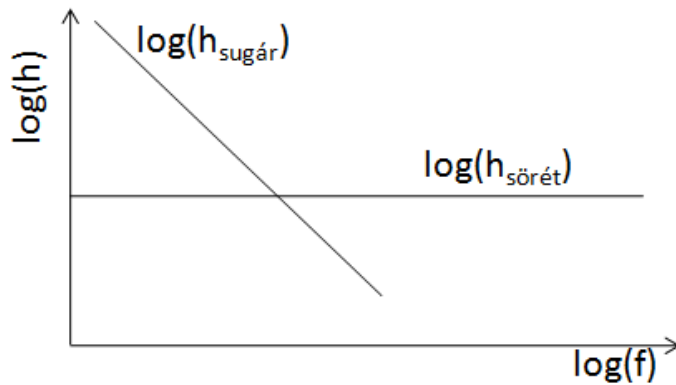
ahol m a tükör tömege. A kétkarra nézve a teljesítmény fluktuáció olyan, mintha az egyik karban eggyel több, míg a másikban eggyel kevesebb foton lenne. Mivel a lézerfény fázistolása arányos a két kar hosszával, a sugárnyomás zaja ($h_{sugár}$) [14]:

$$h_{sugár}(f) = \frac{2}{L} x(f) = \frac{1}{Lmf^2} \sqrt{\frac{\hbar P_{in}}{2\pi^3 c\lambda}} \quad (30)$$

hasonlóan a sörétzajhoz ennél is látszik, hogy

$$h_{sugár}(f) \sim \frac{1}{L}, \quad h_{sugár}(f) \sim \sqrt{P_{in}}, \quad h_{sugár}(f) \sim \frac{1}{m} \quad (31)$$

A sörétzajjal ellentétben, a sugárnyomás zaja $h_{sugár} \sim 1/f^2$ a frekvenciától függ. A sugárnyomásból származó zaj csökkenthető a teszt-tömeg növelésével. A 6. ábrán a sörétzaj és a sugárnyomás zajspektruma látható.



6. ábra. A sugárnyomás és a sörétzaj függvényei. A sugárnyomás zaja $\sim 1/f^2$ -tel arányosan csökken.

Mind a sörétzaj, mind a sugárnyomás zaja egyaránt csökkenthető a karhosszak (L) növelésével. Ez földi gravitációshullám-detektorok esetében technikai korlátokba ütközik. Megfigyelhető, hogy a lézerforrás teljesítményének növelése a sörétzajt növeli, míg a sugárnyomás zaját csökkenti. Minden interferométerhez az ideális lézerteljesítményt meg lehet választani. Ekkor a két zaj forrás statisztikus eloszlásának szórását úgy véve, mint egy harmadik zajforrás szórása [14]:

$$h_{OKZ}(f) = \sqrt{h_{sörét}^2(f) + h_{sugár}^2(f)} \quad (32)$$

$h_{OKZ}(f)$ az úgy nevezett optikai kiolvasás zaját kapjuk, amiből mind a két tag függ a teljesítménytől. Legyen $h_{sörét}^2(f) = X/P$, ahol $X = \frac{1}{L^2} \frac{\hbar c \lambda}{2\pi}$ és $h_{sugár}^2(f) = YP$, ahol $Y = \frac{1}{L^2 m^2 f^4} \frac{\hbar}{2\pi^3 c \lambda}$:

$$h_{OKZ}(f) = \sqrt{\frac{X}{P} + YP} \quad (33)$$

Keressük a minimumát ennek a függvénynek P -ben:

$$\frac{\partial h_{OKZ}}{\partial P} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{X}{P} + YP}} \left[X \left(-\frac{1}{P^2} \right) + Y \right] \quad (34)$$

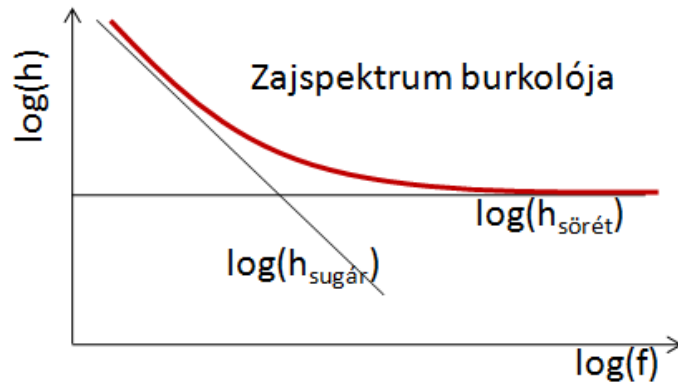
Ez akkor lesz nulla, ha $[X \left(-\frac{1}{P^2} \right) + Y] = 0 \Rightarrow P = \sqrt{\frac{X}{Y}}$. Visszahelyettesítve X -et és Y -t :

$$P_{opt} = mc\lambda\pi f^2 \quad (35)$$

Ezután az optimális teljesítményt (P_{opt}) vissza kell írni a (33) képletbe, az egyszerűsítések után [14]:

$$h_{SQL} = \frac{1}{Lf\pi} \sqrt{\frac{\hbar}{m}} \quad (36)$$

A legalacsonyabb zajszinthez tartozó függvényt kapjuk, az úgy nevezett „Standard kvantum limitet” (h_{SQL}). A h_{SQL} frekvencia függő, vagyis a sugárnyomás zajának és a sörétzajnak a hatása csak egy választott frekvencián minimalizálható. Ehhez hasonlóan a P_{opt} ((35) egyenlet) optimális lézerfény-teljesítményt szintén csak egy választott konkrét frekvencián lehet megadni. Ez azt jelenti, hogy nincs olyan univerzális lézerfény-teljesítmény (minden frekvenciára) ami mellett a sugárnyomás zaja és a sörétzaj együtt minimális (h_{SQL}). A (32) képlet alapján a sörétzaj és a sugárnyomás zajára illeszthető burkoló a 7. ábrán látható.



7. ábra. A sugárnyomás zajára és a sörétzajra illesztett burkolót a piros vonal jelöli.

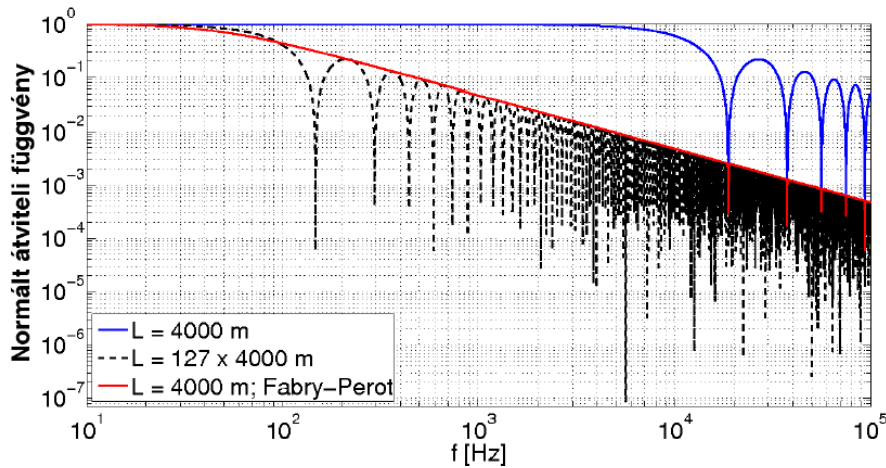
6. Következmények

A kijövő optimális lézerfény teljesítményt (35) egyenlet segítségével tudjuk kiszámolni, ha tudjuk, hogy a LIGO egy tükrének tömege $m = 10 \text{ kg}$, a választott frekvencia, ahol szeretnénk, hogy a sörétzaj és a sugárnyomás zaja minimális legyen $f = 100 \text{ Hz}$ és a hullámhossz $\lambda = 1000 \text{ nm}$:

$$P_{opt} \sim 10^8 \text{ W} \quad (37)$$

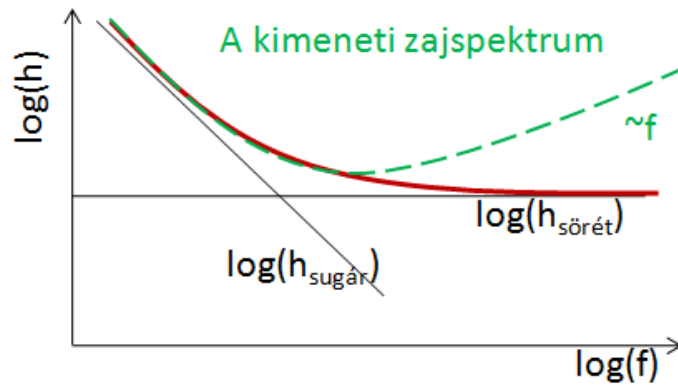
A valóságban a LIGO-ban egy 10 W teljesítményű lézerforrás van, amit a Fabry-Perot karok felerősítenek.

A Fabry-Perot karok előnye egy hosszú karokkal rendelkező Michelson interferométerhez képest az, hogy az úthosszt két tükör segítségével növelik, amik között többször oda-vissza pattog a lézerfény [2]. Továbbá a fotonok adott valószínűséggel visszaverődnek, vagy tovább haladnak a tükrön. Ezzel azt a hatást küszöbölve ki, hogy a kiolvasási frekvencia, $f = \frac{c}{N4L}n$ (ahol N a visszapattanások száma) eltolódása miatt a 0 értéket adó pontok száma kisebb frekvenciákra kerül, 8. ábra.



8. ábra. A kék görbe egy 4 km karhosszal rendelkező Michelson interferométer, a fekete szaggatott vonal egy $127 \times 4\text{ km}$ hosszú karokkal rendelkező Michelson interferométer és a piros egy 4 km karhosszúságú, $N = 127$ rendelkező Fabry-Perot interferométer átviteli függvénye [15]. Az interferométerek átviteli függvényei az ábrán alacsony frekvencián egyre vannak normálva. Az ábrázolt függvények görbéiben megjelenő éles, levágó csúcsok valójában zérus értékig mennek le, ez azonban az ábra véges felbontása, valamint a logaritmusos skála miatt nem látható.[15]

A LIGO esetében a karokban a lézertény ~ 127 alkalommal verődik vissza, ami csak 10^5 W teljesítményre erősíti fel a lézertényeket. Ez a teljesítmény elmarad az elvi számolásból kapott optimális lézertény teljesítménytől, ezért a sörétzaj fog dominálni 100 Hz és afölötti frekvenciákon. A zajspektrumban az eddig konstans (frekvencia függetlenség miatt) sörétzaj f -el arányosan növekedni fog, ahogy azt a 9. ábra szemlélteti.



9. ábra. A zajspektrum burkolójának változását a szaggatott zöld vonal jelöli.

A fenti számolások (sörétzaj (24) és sugárnyomás zaj (30)) Michelson interferométerre érvényesek. Mivel a Faby-Perot karokban a lézerefény átlagosan N -szer vált irányt, ezért az amplitúdók a következőképp módosulnak:

$$h_{sörét} = \frac{1}{NL} \sqrt{\frac{\hbar c \lambda}{2\pi P_{in}}}, \quad h_{sörét}(f) = \frac{1}{NLmf^2} \sqrt{\frac{\hbar P_{in}}{2\pi^3 c \lambda}} \quad (38)$$

Hivatkozások

- [1] B. Abbott et al., "LIGO: The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory", Rept.Prog.Phys.72:076901,2009 (2009).
- [2] Vargyas Márton, "A LIGO", (2011).
- [3] Janyce Franc et.al., "Mirror thermal noise in laser interferometer gravitational wave detectors operating at room and cryogenic temperature", <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0912/0912.0107.pdf> (2009).
- [4] A. Buonanno and Y. Chen, "Quantum noise in second generation, signal-recycled laser interferometric gravitational-wave detectors", Phys.Rev. D64 (2001) 042006 (2001).
- [5] Torrey T. Lyons et.al., "Shot noise in gravitational-wave detectors with Fabry Perot arms", Applied Optics, Vol. 39, Issue 36, pp. 6761-6770 (2000).
- [6] Guido Mueller, "Beam Jitter Coupling in Advanced LIGO", (2005).
- [7] Scott A. Hughes, Kip S. Thorne, "Seismic gravity-gradient noise in interferometric gravitational-wave detectors", Phys.Rev.D58:122002,1998 (1988).
- [8] Abramovici A. et al., "LIGO: The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory", Science (ISSN 0036-8075), vol. 256, no. 5055, April 17, 1992, p. 325-333. (1992).
- [9] R. Weiss, "Quarterly Progress Report, Research Laboratory of Electronics", MIT 105, 54 (1972).
- [10] Scott A. Hughes and Szaboles Marka and Peter L. Bender and Craig J. Hogan, "New physics and astronomy with the new gravitational-wave observatories", eConf C 010630 (2001), pp. P402.
- [11] N. A. Robertson et.al., "Seismic isolation and suspension systems for Advanced LIGO", (2004).
- [12] Peter Raffai, "Az interferometrikus gravitációshullám-detektorok alkalmazása az asztrofizikában és a gravitációkutatásban" (2011).
- [13] Szécsi Dorottya, "A gravitációs hullámok általános relativitáselméleti háttere II.", (2011).
- [14] Peter R. Saulson, Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors (World Scientific Publishing, 1994).
- [15] Péter Raffai, "Válaszok Mosoni László opponensi kérdéseire", (2011).