

## Az ELTE Bolyai Kollégiumának Levelezős Csapatversenye, 2. forduló

beküldési határidő: 2019. április 24.

KhaOs3 kutatóbunker [lezárt egység], 2110. december. A tekergő, acélfalú folyosók ismét emberi léptektől zengenek, mert a három vándordiak megtalálta a páncélajtót a sivatag közepén és bejutott a rég elfeledett bunkerbe. Ez a feladatsor bemutatja, hogy Gabi, Peti és Zsófi milyen érdekességeket találtak az ősi katonai laboratóriumokban...

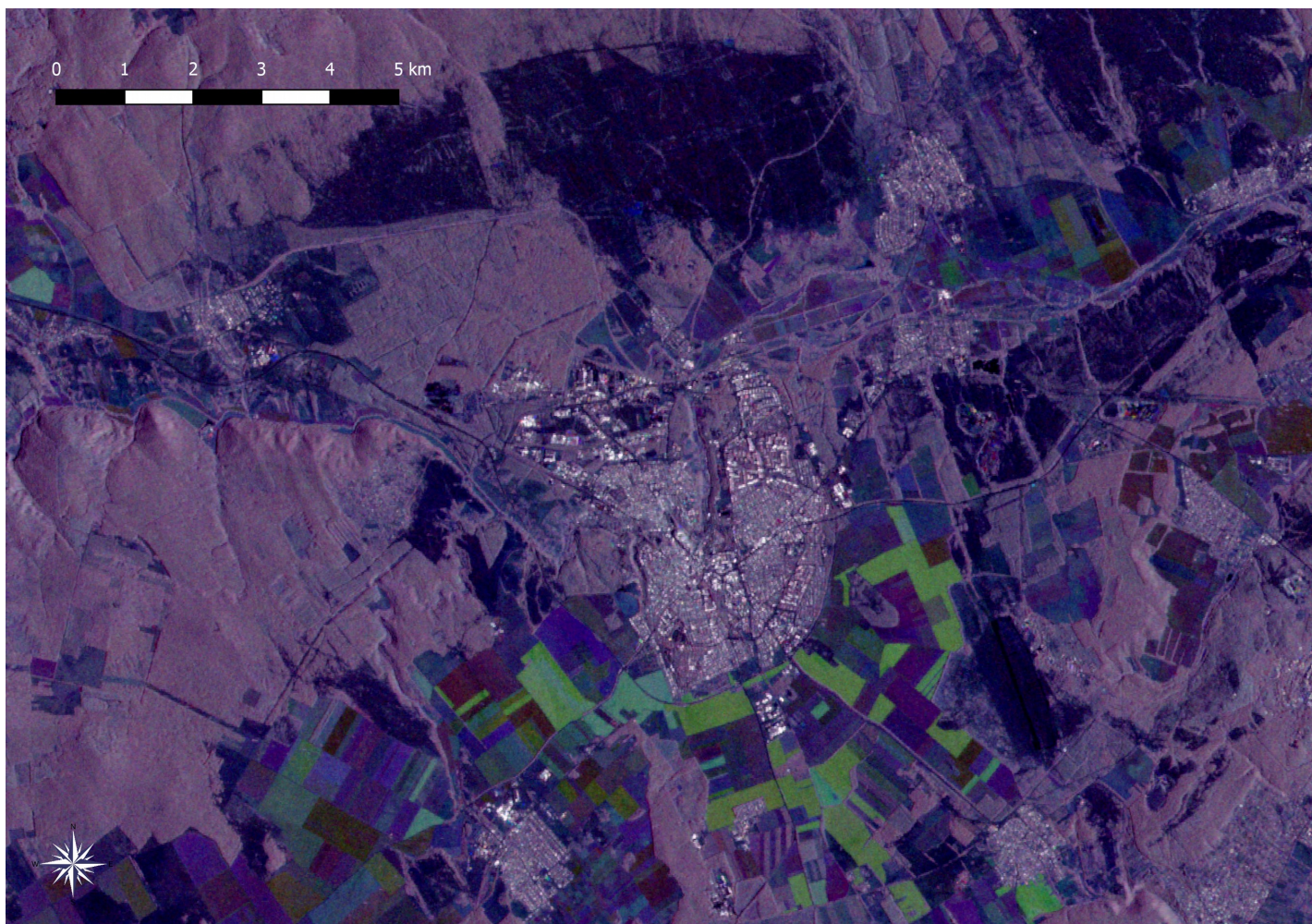
*A megoldásokat e-mailben kell beküldeni a [verseny@bolyai.elte.hu](mailto:verseny@bolyai.elte.hu) címre. Amennyiben lehetséges, javasoljuk a megoldások gépelve leírását, de elfogadjuk (olvashatóan) kézzel írt és beszkenelt megoldásokat is.*

*Mind a hat feladat ugyanannyi pontot ér.*

### 1. feladat

A bunker bejáratától nem messze volt a portaszolgálat irodája, amin alig hagytak nyomot az eltelt évtizedek – csupán a monitorokra ragasztott jelszavas cetlik estek le az asztalokra, ahogyan a ragasztójuk kiszáradt és elgyengült. Még a számítógépek is működtek, így a diákok bejelentkeztek egy-egy gépnél, hogy megkeressék a bunker térképét. A dokumentumokat nézegetve Peti elkalandozott és talált egy aktát az „Óvárosról”, aminek a gazdagságáról és méretéről sok legenda keringett Mentsvár menekülttáborában, ahol a három diák felnőtt.

Peti azonnal megtalálta az aktában, hogy 2080-ban (a harmadik és negyedik világháború között, nem sokkal a bunker bezárása előtt) a városi népsűrűség  $600 \text{ fő/km}^2$  volt. A város népessége valamiért nem volt feltüntetve, de Peti ezt is ki tudta deríteni az aktához mellékelte műholdkép felhasználásával:



*Meg kell becsülni, hogy hányan laktak Óvárosban; le kell írni a használt gondolatmenetet és módszereket is.*

## 2. feladat

A három vándordiak úgy döntött, hogy először a bunker mélyén lévő lakóegységeket keresik fel – a sivatagban töltött napok után a zuhanyzás kifejezetten jó ötletnek tűnt. A diákok két beléptetőkapun átmászva és az kihalt folyosókon erre-arra kanyarogva eljutottak egy lift ősi, monumentális üvegajtájához.

Amikor Zsófi meghívta a liftet, egy hatalmas csattanás hallatszott a magasból – a lift előregedett biztosítókábelelei megadták magukat és elpattantak. Amikor a diákok éppen megpillantották a zárt ajtókon belül a zuhanó fülkét, akkor a vészfékek aktiválódtak és irgalmatlan, fémes csikorgással lelassították, majd megállították a liftet.

Gabi még azt is meg tudta állapítani, hogy a fékek egy-egy függőleges acélrúdba kapaszkodtak bele az akna két oldalán. A vékony (henger alakú,  $d = 2\text{ cm}$  átmérőjű) acélrudakat nézve a diákokban felmerült az a kérdés, hogy vajon ez a fékezés mennyire hevítette fel a rudaknak azt a szakaszát, ahol a lift lelassult.

A diákok kiderítették, hogy a lift szabadesésben feleakkora utat tett meg, mint fékezés közben. Peti előbányászott néhány további adatot is: üres liftkabin tömege  $m = 1200\text{ kg}$  (egy apró betűs felirat szerint), az acél sűrűsége  $\rho = 7800\text{ kg/m}^3$ , hőkapacitása pedig  $c_p = 470\text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ . A diákok a nehézségi gyorsulást  $g = 10\text{ m/s}^2$ -nek tekintették és feltételezték, hogy a fékezés közben a súrlódási erő állandó volt, maradandó alakváltozás nem történt és a felszabaduló hő kizárólag a két acélrúdnak a fékezés által érintett szakaszait melegítette.

Mennyivel nőtt az acélrudak hőmérséklete azon a szakaszon, ahol a lift lefékezett?

*A számítás menetét is le kell írni.*

## 3. feladat

Végül a diákok néhány kisebb kitérővel eljutottak a lakóhelyiségekig. Másnap egy kiadós alvás után úgy döntöttek, hogy a bunker gyógyszerraktárát keresik fel. A raktárban nagy káosz uralkodott, de ennek ellenére Zsófi megtalált egy olyan gyógyszert, amiről tudta, hogy Mentsvárban, az állandósított menekülttábor egyetlen patikájában pofátlanul drágán árulják.

Ahogy a diákok alaposabban megvizsgálták a kifakult címkét, kiderült, hogy az üveg tartalma „PSILCHODIN racém elegy,  $M = 231,15\text{ g/mol}$ ,  $[\alpha] = 55\text{ (fok}\cdot\text{ml)/(g}\cdot\text{dm)}$ , vízdoldhatóság:  $114\text{ g/100 ml}$ ”. Zsófi emlékezett arra, hogy a Psilchodin egy egyetlen kiralitáscentrumot tartalmazó vegyületnek a jobbra forgató enantiomerje (régábban tervezette, hogy a Gimnázium szertárában előállítja ezt a szert). A diákok némi vita után úgy döntöttek, hogy megpróbálják rezolválni a racém elegyet, hogy megszabaduljanak az egészségre káros balra forgató enantiomertől. Ezután további vita következett annak eldöntésére, hogy milyen módszert használjanak a rezolválásra...

a) Milyen módszerek vannak a racém elegyek rezolválására? Mi a működésük alapja?

A rezolválás után Peti ragaszkodott hozzá, hogy megmérjék az elválasztott anyag forgatóképességét (azaz azt, hogy ha síkban polarizált fény halad át rajta, akkor a polarizáció síkja mennyire fordul el) és ezzel ellenőrizték az anyag tisztaságát. Gabi talált is a szomszéd laborban egy erre alkalmas műszert – egy ősi, de jó állapotban lévő SzM-2 polarimétert. A készülék mellett találtak egy „BEVEZETÉS A FIZIKAI KÉMIAI MÉRÉSEKBE II, szerk. Kaposi Olivér” feliratú, több mint százhusz esztendőös füzetecskét, amit láthatóan sokat forgattak az itt dolgozó vegyészek. Zsófi belenézett ebbe a laborpraktikumba, átlapozta a sok egyenletet és elméleti érvelést, és kikereste azt, hogy mi az a polariméter és mit lehet vele mérni:

„A polariméter három fő részből áll:

- a síkban polarizált fényt előállító polarizátorból;
- az aktív anyag befogadására szolgáló, a két végén planparalel üveglemezekkel lezárt, ismert hosszúságú polarizálócsőből;
- az analizátorból, amely az elforgatott polarizációsík helyzetének megállapítására való.

Kiegészítő tartozék:

- a monokromatikus fényt szolgáltató fényforrás (spektrállámpa, rendszerint nátriumgőzlámpa, színszűrők, stb.)”

„Az optikailag aktív anyagokat a fajlagos forgatóképességük jellemzi

$$[\alpha] = \frac{\alpha_{\text{meas}}}{l \cdot c} \cdot 100, \quad (1)$$

ahol  $\alpha_{\text{meas}}$  a mért elfordulás fokban,  $l$  az úthossz dm-ben és  $c$  az oldat koncentrációja g/100 ml egységekben. Az enantiomereknek csak az előjelben van különbség, az abszolút értékben nem: ha  $[\alpha]$  pozitív, akkor az a jobbra forgató enantiomer, ha negatív, akkor balra. A fajlagos forgatóképesség kis mértékben függ a hőmérséklettől, a fény hullámhosszától ( $[\alpha]_{\text{D}}^{20}$ : 20 Celsius-fok, Na D vonalánál), a koncentrációtól és az oldószertől is (ezeket zárójelben adják meg), de ezektől hallgatói labor méréseknél eltekinthetünk.”

Ahogy ezt átolvasták, Gabinak felcsillant a szeme: „Ez kiválóan használható ismeretlen anyagok forgatóképességének meghatározására! Csak egy mérés az egész, veszünk egy ismert koncentrációjú oldatot, a polariméteren leolvassuk az elfordulást, és tudjuk a cső hosszát is. Behelyettesítünk a képletbe, és meg is van az alfa. Az előjelből pedig kijön, hogy jobbra vagy balra forgat az oldat!”

b) Igaza volt Gabinak?

Ezzel szemben Peti arra gyanakodott, hogy ez a muzeális értékű műszer már teljesen használhatatlan, így a tényleges mérés előtt csinált egy tesztet R,R-borkósavval.

c) Mit kell mutatnia a polariméternek, ha a 20 cm hosszú csőbe 0,2 g/ml koncentrációjú R,R-borkósavat töltenek? Ennek az anyagnak a fajlagos forgatóképessége  $+12 \frac{\circ \cdot \text{ml}}{\text{g} \cdot \text{dm}}$ .

A sikeres teszt után következett a rezolvált Psilchodin vizsgálata. Ehhez az anyag  $J$  és  $B$  részéből – amik elvileg nagyrészt a tiszta jobbra illetve balra forgató enantiomerek voltak – 0,5 g/ml koncentrációjú oldatokat készítettek, és megmérték az oldatok forgatóképességét a polariméterrel. A  $J$  oldatnál a poláros fény elfordulása  $54,23^\circ$  volt, a  $B$  oldatnál pedig  $306,21^\circ$ .

d) Milyen a  $J$  illetve  $B$  elegyek tömegszázalékos összetétele?

*Az a) és b) kérdéseknél néhány mondatos választ kell adni; a c) és d) kérdéseknél le kell írni a számítás menetét is.*

#### 4. feladat

A következő napon a három vándordiák körbenézett orvosi-biológiai intézet klórszagú szobáiban is. Az egyik laborban Gabi kiszúrt egy jókora készüléket, aminek a félgömb alakú testébe egyszerre több páciens is befért volna. A diákok megbámulták a régi világnak ezt a remekművét és megállapították, hogy a 3,5 m átmérőjű félgömb csillogó fémburkolatán nyoma sincs csavaroknak, szegecseknek, forrasztásnak vagy másfajta illesztésnek.

Természetesen felmerült az a kérdés, hogy hogyan hozták be a laboratóriumba ezt a készüléket. Némi keresgélés után Zsófi talált egy  $3 \times 3$  méteres, négyzet alakú ajtót, ami egy tágas teherforgalmi alagútra nyílt, azonban Peti úgy érezte, hogy még ez sem elegendő.

a) Átvihető-e egy 3,5 m átmérőjű félgömb egy  $3 \times 3$  méteres, négyzet alakú nyíláson?

Ennek a tisztázása után a diákok általánosabb formában is megvitatták ezt a kérdést:

b) Legalább mekkora oldalhosszúságú négyzet alakú nyílás kell ahhoz, hogy át lehessen rajta vinni egy 3,5 m átmérőjű félgömböt?

*A készüléket akárhogyan lehet forgatni. A válaszokat indokolni is kell (az ajtó méretétől függően miért nem vihető át illetve hogyan vihető át a félgömb az ajtón).*

#### 5. feladat

Zsófi felvetette, hogy ebben a kutatóintézetben talán ki lehetne deríteni valamit arról a titokzatos BS2 szindrómáról, amivel kapcsolatban pár hónappal ezelőtt a Közjóléti Tanács rendkívüli orvosi vizsgálatokat rendelt el. (A hatóságok nem közöltek információt sem a BS2 hatásairól, sem a vizsgálat céljáról, de felrebbent egy pletyka, miszerint Mentsvár néhány lakója eltűnt a vizsgálat napján...)

Az intézet dokumentumai között keresgélve a diákok megállapíthatták, hogy a BS2 szindróma nem csak a Tanács kóholya – már a bunker kutatói is számon tartották. A diákok nem tudták megnyitni a vele foglalkozó aktát (az titkosnak volt minősítve), viszont találtak egy adatfájlt, amiben sok más elváltozás mellett a BS2-vel kapcsolatos adatok is voltak.

*Az adatfájl (tömörített formában) letölthető a következő címről:*

<https://www.bolyai.elte.hu/download/verseny/csatolmany/data.zip>

Az adatfájl CSV formátumú volt; benne minden sor egy-egy újszülött adatait írta le, egy soron belül az adatmezőket vesszők választották el egymástól. Az egyes mezők a következőket jelentették:

- az első mező az újszülött egyedi azonosítószáma,
- a második mező az újszülött anyjának azonosítószáma,
- a harmadik mező az újszülött apjának azonosítószáma,
- minden további mező egy-egy elváltozásnak a neve/kódja, ami megfigyelhető volt az újszülöttön.

Néhány esetben ismeretlen volt egyik vagy mindkét szülő azonosítószáma, ezt „n/a” jelzi a megfelelő mezőkben.

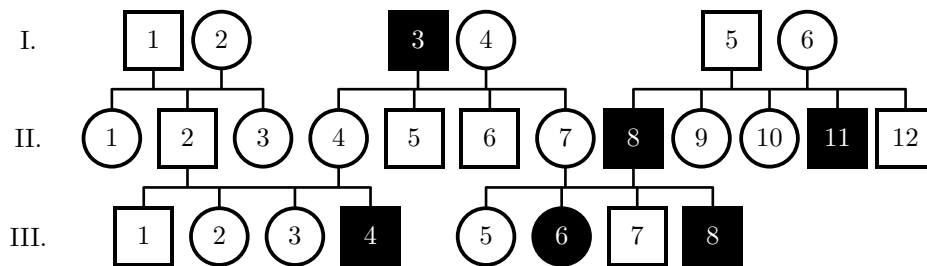
Az adatfájlt feldolgozva a diákok megválaszolták a következő kérdéseket:

- Hány olyan személyt tartalmaz az adatfájl, akiken megfigyelhető a „BS2” szindróma?
- Ezek közül a személyek közül hány olyan van, akinek szerepel legalább egy gyermeke is az adatfájlban?
- Ezek közül a személyek közül hány olyan van, akinek szerepel az adatfájlban olyan unokája, akin szintén megfigyelhető a „BS2” szindróma?
- Hány olyan testvérpárt ír le az adatfájl, ahol mindkét testvéren megfigyelhető a „BS2” szindróma? (A féltestvérek is testvéreknek számítanak.)

*A végeredmények közlése mellett be kell mutatni a megoldáshoz használt módszereket, programokat is (saját készítésű program esetében mellékelni kell annak forráskódját is).*

## 6. feladat

A hatalmas adatfájlban turkálva a diákok találtak egy családot, ahol három generációban is megjelent a BS2 szindróma. Hogy jobban átlássák a helyzetet, Zsófi rajzolt is erről a családról egy családfát (szokványos jelölésekkel):



Ezt a családfát alaposan megvizsgálva a diákok már egészen sok dolgot meg tudtak állapítani a betegségről:

- Milyen típusú öröklődés jellemzi a betegséget?
- Amennyiben III./3. és III./7. házasságot kötnek, mekkora a valószínűsége, hogy gyermekük beteg lesz?
- Amennyiben II./7-nek és II./8-nak születik még egy lánygyermeke, mekkora a valószínűsége, hogy beteg lesz?
- Hány olyan személy van feltüntetve a családfán, akiről biztosan tudhatjuk, hogy nem beteg és nem is hordozó?
- Hány olyan személy van, akiről egészen biztosan tudjuk, hogy hordozó? Melyek ezek?
- Gabi előásott még egy mérsékelten megbízható forrást, ami azt állította, hogy I./2., I./6. testvérek és volt még egy beteg nővérük is. Ha ezt is elfogadjuk, akkor mit tudunk biztosan az édesapjuk genotípusáról?