

Az ELTE Bolyai Kollégiumának Levelezős Csapatversenye, 2. forduló

beküldési határidő: 2018. április 30.

Az előző feladatsorból megtudhattuk, hogy 2048-ban hogyan érkezett meg fog megérkezni az XK-34 bolygóra az első felfedező expedíció. Természetesen Aladár és az expedíció többi tagja számos érdekes problémával találkozott a bolygó felderítése közben is...

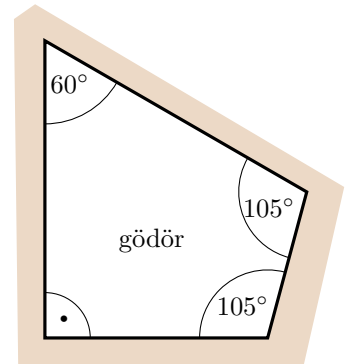
A megoldásokat a e-mailben kell beküldeni a verseny@bolyai.elte.hu címre. Amennyiben lehetséges, javasoljuk a megoldások gépelve leírását, de elfogadjuk (olvashatóan) kézzel írt és beszkenelt megoldásokat is.

1. feladat

Az XK-34 felszínén töltött első pár nap során az űrhajósok felépítették a bázisukat. Ebben sokat segített az, hogy a merev szkafandereikbe szerelt motorok segítségével képesek voltak testsúlyuk sokszorosát megmozgatni még az XK-34 erős gravitációja mellett is. Az építkezéshez kifejtettek és felhasználtak valamennyit a bolygón található kőzetből is; hátrahagyva egy mély gödört, amit négy síma, függőleges sziklafal határolt. A gödör szabálytalan négyszög alakú volt, szögei az ábrán vannak feltüntetve.

Ahogy Aladár a gödör körül dolgozott, véletlen beleejtett egy szerszámot a gödörbe. Szerencsére a szkafander elég nagy erőt adott ahhoz, hogy Aladár lemászhasson a gödör 60° -os csúcsánál, az ott található két falnak támaszkodva.

Mászás közben Aladár észrevette, hogy képes megtartani a teljes testsúlyát úgy, hogy csak a két tenyerével támaszkodik a két (60° -os szöget bezáró) sziklafalon. (A két tenyér azonos magasságban és a gödör sarkától azonos távolságban támaszkodik a falakhoz.)



- a) Ez alapján legalább mekkora a tapadási súrlódási együttható μ_t értéke a sziklafal és a szkafander-kesztyű anyaga között?

Kicsivel később a többi űrhajós rögtönzött néhány fajta csúszásgátló bevonatot a szkafander kesztyűire és Aladár kipróbálta ezeket is a gödörnél. A legjobb bevonatok segítségével Aladár már a gödör másik sarkaiban is meg tudta magát tartani a fentebb leírt módon.

- b) Legalább mekkora μ_t érték mellett tudja Aladár megtartani magát a derékszögű sarokban?
- c) Legalább mekkora μ_t érték mellett tudja Aladár megtartani magát a az egyik olyan saroknál, ahol 105° -os szöget zárnak be a sziklafalak?

2. feladat

Másnap Aladár nekiállt, hogy összekösse kommunikációs kábelekkal az Optimálisan Komplex Orr Szimulátor (OKOS) néven emlegetett multifunkciós kémiai szenzorokat, amelyeket már előző nap beleépítettek a bázis padlójába. Ehhez persze a lehető legkevesebb kábelt akarta használni, így gyorsan csinált egy programcskát, ami meghatározta a kábelek optimális kiosztását.

- a) Írjunk programot, ami beolvassa az OKOS-ok pozícióját, majd meghatározza és kiírja, hogy melyik OKOS-párok közé kell kábelt húzni ahhoz, hogy a hálózat összefüggő legyen (tehát bármelyik OKOS-ból bármelyik OKOS-ba el lehessen jutni kábelek mentén) és a kábelek összhossza minimális legyen! Szerencsére a bázis padlójában nincsenek akadályok, mindenütt fektethetőek egyenes vonal mentén a kábelek.

A kábelek bekötése után ki kellett jelölni a hálózat központi egységét (alapvetően bármelyik OKOS elég okos ahhoz, hogy központi egységként szolgáljon). Oleg, a veterán szakember azt tanácsolta, hogy központi egységnek azt az OKOS-t kell választani, amelyik esetében (átlagosan) legkevesebb OKOS-nak kell továbbítgatnia az egyes OKOS-ok jeleit, mire azok eljutnak a központi egységig.

Aladár kérésére Oleg formálisan kifejtette, hogy ez mit jelent: Legyen n az OKOS-ok darabszáma. Ha $1 \leq i, j \leq n$, akkor legyen $d(i, j)$ az i . és j . OKOS közötti összeköttetést biztosító kábeldarabok száma. A központi egység sorszáma az az

$1 \leq k \leq n$ szám legyen, amire az $S(k) = \sum_{i=1}^n d(i, k)$ összeg a lehető legkisebb.

b) Az elkészített program (a fentebb leírt dolgok után) írja ki ezt az optimális k választást is!

Bemenet formátuma:

A program a standard bemeneten kapja meg az OKOS egységek pozícióját. Az első sor tartalmazza az OKOS egységek n számát ($1 \leq n \leq 1000$), a második sortól kezdve soronként egy-egy OKOS egység x illetve y koordinátája található. A koordináták egész számok, a két koordinátát egy szóköz karakter választja el. Az OKOS-okat beolvasási sorrendben, 1-es sorszámmal kezdve kell sorszámokkal ellátni.

Kimenet formátuma:

Az eredményeket a standard kimenetre kell írni. Először az a) rész megoldását kell kiírni. Itt minden egyes kábelt egy külön sor kiírásával kell megadni, amiben két szám található egy szóközzel elválasztva: annak a két OKOS egységnek a sorszámai, amelyeket a kábel összeköt. (Mindegy, hogy a program milyen sorrendben írja ki a kábeleket.) Az a) rész megoldása után, egy új sorban ki kell írni a „b) : ” sztringet, majd a kiválasztott központ sorszámát.

Előfordulhat, hogy „holtverseny” alakul ki valamelyik részkérdésnél, többféle megoldás valósítja meg a minimális kábelhasználatot illetve a minimális $S(k)$ értéket. Ilyen esetben bármelyik megoldás kiírást elfogadjuk.

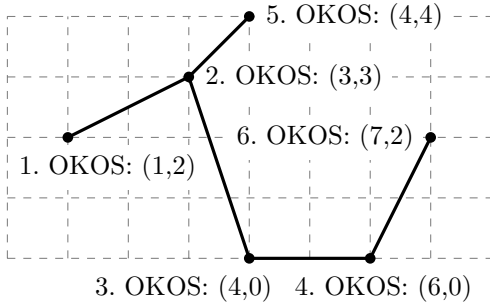
Példa a program működésére:

Az alábbi ábrák bemutatják a program feladatát egy egyszerű esetben. A bal szélén látható a program bemenete; ebből a program megérti, hogy az OKOS-ok az ábrákon látható módon vannak elhelyezve. A bal oldali ábrán látható a kábelek optimális elhelyezése. A jobb oldali ábrán láthatóak a $k = 2$ sorszámú OKOS-tól mért $d(i, k)$ értékek. Ellenőrizhető lenne, hogy a feltüntetett értékek összege, az $S(k)$ érték, erre a $k = 2$ választásra minimális lesz, tehát a 2. OKOS jó választás központi egységnek. A jobb szélén látható egy helyes kimenet, amit a program kiírhat: az első 5 sor kódolja az 5 darab kábelt, a hatodik sor pedig jelzi, hogy a 2. OKOS-t választja központi egységnek a program. (A 3. OKOS-t is választhatnánk, mert $S(2) = S(3)$ ebben az elrendezésben.)

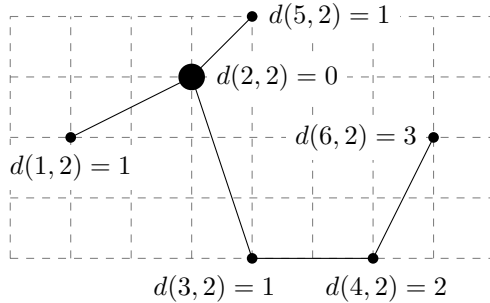
Bemenet:

```
6
1 2
3 3
4 0
6 0
4 4
7 2
```

Kábelek elhelyezése:



Központi egység választása:



Kimenet:

```
1 2
2 3
3 4
4 6
2 5
b) : 2
```

3. feladat

Amikor Aladár este betért a frissen felépült lakóhelyiségébe, boldogan számolgatta, hogy mennyire nagy távolság van közöttük és az emberiség korlátolt, ostoba része között. Sajnos lefekvés előtt még böngészte egy kicsit a hipernetet, és rá kellett döbbsennie arra, hogy a hipernet bármekkora távolságot áthidal, és arra is, hogy vannak annyira sötét figurák, akiknek a létezését el sem tudta korábban képzelni.

Egy hipernet-oldalon talált egy esszét esszének nevezett irományt arról, hogy az urbanizáció és az ember közelsége hogyan lehet hatással az állatfajok viselkedésére és morfológiájára. Első reflexe az volt, hogy pontokba szedve listázza az ebben található hibákat. Sajnos azonban ezen a hipernet-oldalon limitálva volt a posztok hossza és a teljes hibalista lényegesen túllépte volna ezt a limitet, így Aladár végül megelégedett azzal, hogy megmutatja ennek a biomaster2020 álnéven firkáló illetőnek, hogy mit is kellett volna csinálnia.

A nagyobb kontraszt kedvéért Aladár ugyanarról a témáról írt esszét, mint biomaster2020 (de ő valóban esszét írt, továbbá érveléseit nem Liszenko tanaira és hasonló dolgokra alapozta). A faj, akinek változását vizsgálta, egy kisméretű rágcsáló,

de bizonyos helyzetekben rovarokat is fogyaszt. Jellemző ragadozói közé tartoznak például a rókafélék. Természetes élőhelyei inkább a mérsékelt övi erdők, téli álmat alszik. A természetes élőhelyének pusztulásával, és a városiasodott területek kiterjedésével azonban ez a faj közelebb került az emberhez, és túl kell élnie a városban. Az esszéjében Aladár a következő kérdéseket próbálta megválaszolni:

- A felsorolt tulajdonságai közül melyekre lehet hatással az új környezet?
- Milyen morfológiai változások következhetnek be rajta?
- Lesznek egyáltalán ilyen változások? Ha igen, miért, ha nem, miért nem?
- Milyen viselkedésbeli változások lehetnek?
- Milyen adaptív és nem adaptív evolúciós folyamatok játszódhatnak le egy ilyen esetben?

Aladár igyekezett példákat hozni hasonló evolúciós változásokra.

4. feladat

Amíg Aladár az építkezésnél gürcölt, néhány kutató bejárta a landolási hely környezetét, hogy feltérképezzék a környező tájat. Miután ez a csoport visszaért, Aladárt egy kellemetlen meglepetés fogadta: csúnya hibák voltak abban a programban, ami a mérési adatok alapján térképet rajzolt volna a bejárt terepről.

A helyzetet súlyosbította, hogy az egyik fő szponzor térképet követelt a bejárt terület egy részéről, nevetségesen rövid határidővel (egy sajtótájékoztatóhoz kellett nekik). Mivel Aladár nem tudta ennyire gyorsan kijavítani a programot, így „kézzel” összedobott egy kellően puccos térképet a felderítő útról készült szöveges jelentés alapján.

A szöveges jelentésnek a következő részét kellett térképpé alakítani:

„...Felderítő expedíciónk során egy tágas völgybe vagy medencébe érkeztünk. Az a hágó, amin átkeltünk, viszonylag könnyen járható volt, de a völgyet körülvevő gigantikus vonulatok minden más irányban áthatolhatatlannak tündek, teljesen körülzárva a mélyebben fekvő területet, amit szabálytalan, hullámvonalat leíró pereméről társaimmal Amőba-völgynek kereszteltünk el, a körülölelő hegyvonulatot pedig Gyűrű-hegységnek.

A magunk mögött hagyott hegyi átjárót, melyen a hegységgyűrű belsejébe jutottunk, jellegzetes, valószínűleg az erős szél által formázott, több tíz méter magas gomba alakú kőképződményeiről a Gombák kapuja néven emlegettük. Mint már említettem, első ránézésre ez volt az egyetlen átjáró a körülbelül 2000-2500 méter átlagmagasságú hegységgyűrűn.

Utunk az Amőba-völgy belseje felé kezdetben minden nehézségtől mentesnek ígérkezett, bár azt jól láttuk, hogy még hosszú út áll előttünk. A szemközti oldal mintegy 10-15 kilométer távolságra lehetett tőlünk, mi azonban a kiszélesedő, tőlünk srégen jobbra eső területet igyekeztünk elsőként meghódítani, mely irányban a hegyek legalább 25 kilométer távolságra emelkedtek.

Elindultunk tehát a jobb átlós irányban látható, valószínűleg a hegyvonulat legnagyobb magasságú csúcsának irányába. Ez a csúcs meredek oldalú, élesre mart, csipkés szélű piramisként emelkedett a hegységgyűrű többi része fölé, mintegy 3000 méter magasságig. Utunk során végig ez a csúcs volt szemközt előttünk, hogy irányt ne tévesszünk, és hatalmas, tiszteletet parancsoló piramis formája miatt Mt. Kheopsz-nak neveztük el.

Hosszú, hullámszó, haladási irányunkra merőleges lefutású barázdák szabdalták a terepet, melyek helyenként egészen a jobboldali hegyekig húzódtak. Így a térség ezen részét a továbbiakban Hullám-völgy néven emlegettük, különösképpen, mivel az erős szél, a bőrünket belepó finom por, és a hőség egyre inkább megtépázták kis felderítő csapatunk kedélyeit. Ahogy haladtunk előre, bal oldalunkon érdekes, 5-6 méter magasságot is elérő, hegyes, vékony, megnyújtott kúp alakú kőképződmények bukkantak fel sűrűn egymás mellett, és ameddig a szem ellátott hosszúkás fogakként borították a talajt. Ilyesfajta képződményeket a Földön még soha nem láttam. A területnek az Ördögfog-mező nevet adtuk, formakincsére, és a táj sejtelmes, riasztó hangulatára való tekintettel.

Szerencsére nem állták utunkat, mivel balra húzódtak, talán egészen a hegyekig, mi pedig tovább haladtunk egyenesen a Mt. Kheopsz felé, mely innen már csupán 6-7 kilométer távolságra lehetett. Fáradtan, de már a célt egyre közelebbinek érezve siettünk tovább, amikor váratlanul meg kellett változtatnunk úti tervünket. A hegykoszorú lábától mintegy 3-4 kilométerre ugyanis hatalmas, a vonulattal párhuzamos szakadék húzódtott, több mint 500 méteres mélységben, meredek falakkal.

Csüggedten és csalódottan telepedtünk le a meredély szélén, és szavazást tartottunk az új útirányról. Én szívesen megkerestem volna a mély árok elvégződését, és megkerültem volna, hogy eljussak az eredeti célhoz, a Mt. Kheopsz lábához, vagy esetleg megkíséreljem megmászni a csúcst, melyről kitűnő kilátás nyílna az egész vidékre! Csoportunk többsége azonban arra szavazott, hogy elégedjünk meg mindazzal a sok érdekes megfigyeléssel, amit az Amóba-völgy jobb oldali területén végeztünk, és másnap induljunk vissza a Gombák kapujának bejáratáig, majd nézzünk körül a völgy bal felében is.

Másnap a demokrácia szabályainak megfelelően a többség akarata szerint folytattuk expedíciónkat. A Gombák kapujáig a már ismerős úton jutottunk vissza, majd onnan bal felé vettük az irányt. Egy feltűnő hegyomlás segített nekünk az irányunk megtartásában. A többnapos kimerítő felderítőút már megkoptatta kezdeti kreativitásunk, így az irányjelző félig leomlott hegycsúcsot Félhegynek neveztük el.

A táj jellege ebben az irányban jelentősen eltért az eddig megismert területekétől. Itt az erős szél nagy mennyiségű finomszemcsés homokot szállított, és hatalmas, több száz méter hosszú vándorló barkánokba, dűnékbe rendezte. Ehhez hasonló jelenségre többek között a földi Szaharában lehattunk figyelmesek, így ez a sivatagos vidék az Új-Szahara nevet kapta. A homoksivatagban nehezen ment a haladás, a porviharok miatt lecsökkent a látástávolság, így lassan és keserves erőfeszítések árán jutottunk tovább.

A helyváltoztató homokbuckákat lassan nagyobb, állandó képződmények, dombok váltották fel, majd a vidék fokozatosan magasodott, és egyre inkább elveszítette sivatagi jellegét. Mire végre a leomlott Félhegy lábához értünk, már több, mint 600-700 méter magas hegyecskek vettek körül minket. Elcsigázva, de expedíciónk sikerével meglegedve táboroztunk le az egyik kis hegy oldalában. Mögöttünk a Félhegy törött szikláinak fűrödtek a sápadt sugarakban, melyeket épp velünk szemközt a horizonton lebukni készülő csillag bocsátott ki..."

Megjegyzések:

- *Az elkészített térképen mindenképpen szerepeljen: méretarány, tájolás, jelmagyarázat, a jelentés szerint a területen található objektumok névvel ellátva, valamint az az útvonal, amit felderítő út során megtettek.*
- *Törekedjete arra, hogy térképetek minél pontosabb, arányosabb, és szebb legyen!*
- *A térképet készíthetitek kézzel illetve számítógépes rajzolóprogrammal is.*
- *Ha többféle elrendezés is megfelel a szöveges jelentésnek, akkor közülük bármelyiket elfogadjuk.*

5. feladat

A felderítő út során kőzetmintákat is gyűjtöttek a geológusok. Az egyik kőzetminta felkeltette az érdeklődésüket – úgy tűnt, hogy egy szelén-dioxid darabkáról van szó.

- a) Aladár megemlítette azt az érintőlegesen kapcsolódó érdekességet, hogy a szelénvegyületek nagy mennyiségben mérgezőek, de kis mennyiségben hasznosak az emberi szervezet számára. Sajnos Aladár nem emlékezett ennél többre – ami kellemetlen volt, mert valaki rákérdezett arra is, hogy pontosabban hogyan használja az emberi szervezet a szelént.

Keressetek legalább egy olyan szeléntartalmú vegyületet (építőelemet), ami megtalálható az emberi testben is!

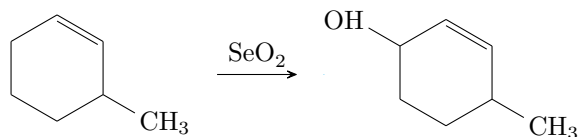
Alfréd, a kémikus visszaterelte a beszélgetést a talált kőzetre és emlékeztetett mindenkit arra a (számára) közismert tényre, hogy a szelén-dioxid vízben oldódik és azzal reagálva kétértékű savat képez. Mivel Alfréd nem bízott az automatikus vegelemző rendszerben, így ki is próbálta ezt a kísérletet.

- b) 40 grammnyi szelén-dioxidot feloldva és 500 ml-re egészítve az elegyet, milyen pH-jú oldathoz jutottak?

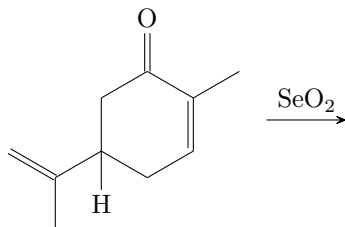
(A savállandók: $pK_{s,1} = 2,46$ és $pK_{s,2} = 7,3$.)

- c) Ezután hidrogén-peroxiddal is reagáltatták a szelén-dioxidot. Milyen sav képződött ekkor? Ezen sav ólom-sójából 20 °C-on 0,0131 g oldódik fel 100 ml vízben. Mekkora a só oldhatósági szorzata? (Az oldásnál a térfogatváltozást elhanyagolhatjuk.)

Alfréd megemlítette azt is, hogy a szelén-dioxidot, bár ritkán, de alkalmazzák szerves kémiai reakcióknál. Egyik „képessége” az allil-helyzetű hidroxilezés. Erre egy bemutató példa:



d) Ez alapján elméletileg milyen termékeket várhatunk a következő reakcióban?



(Az összes lehetőséget fel kell sorolni!)

e) Keressetek még legalább egy konkrét példát szerves kémiai reakcióra, amiben ez a vegyület használható!

6. feladat

Aznap este Aladár találkozott Oleggel és említette neki, hogy milyen érdekes anyagot találtak az XK-34 közeteiben. Olegnek erről eszébe jutott egy kedves kis keresztrejtvény, amiben szerepelt a szelén-dioxid:

- Jól hasadó, gyakran ikerkristályokat képző ásványcsoport. Káliumban gazdag változata többek között az ortoklász.
- Az elemi szén mesterséges módosulatai, a leggyakoribb molekula hatvan szénatomot tartalmaz.
- A geológusok által például az apróbb ásványszemcsék meghatározásához használt nagyító.
- Szelén-dioxid.
- Esztétikus megjelenésű vagy ritka, legalább kb. 5-ös keménységű ásvány.
- Az ásványoknak az a tulajdonsága, hogy bizonyos fizikai tulajdonságaik (pl. fényvisszaverő képesség) a tér különböző irányjaiban különbözőek.
- A (Zn,Fe)S elnevezése legalább 20% vastartalom esetén.

a)									
b)									
c)									
d)									
e)									
f)									
g)									

Aladárt (aki egyébként is álmos volt már) alaposan megizzasztotta a „kedves kis” keresztrejtvény, ráadásul amikor végre kész volt vele, akkor Oleg megtoldotta a feladványt pár gyors keresztkérdéssel is:

h) Mi a megfejtésben kapott ásvány másik elnevezése? Honnan kapta ezt a nevet?

A megoldásokban nem kötelező felrajzolni a rejtvény-táblázatot, elég külön-külön leírni az egyes sorokba írt fogalmakat, továbbá a megfejtést (ami a kiemelt sorban áll össze). Persze a rejtvénybe nem tartozó h) részfeladatot is meg kell válaszolni.

7. feladat

Aladár másnap úgy döntött, hogy Oleg „kedvességét” viszonzza egy különösen ravasz rejtvényvel. Miután előkerített a hiperneten egy alkalmasnak tűnő rejtvényt, úgy döntött, hogy ő maga is megoldja azt (nehogy véletlenül túl könnyű dolga legyen Olegnek).

A rejtvény több részből áll; minden egyes rész egy számértéket ad megoldásként; továbbá néhány részhez extra keresztkérdés is kapcsolódik.

- a) Mennyi a PbCl_2 oldhatósága vízben (mol/dm^3 egységben)? Adat: az oldhatósági szorzat $L_{\text{PbCl}_2} = 2 \times 10^{-5}$.
- b) A Volhard-féle argentometriás halogenid (illetve pszeudohalogenid) meghatározásnál melyik pH-t lehet alkalmazni a következők közül: 1, 6 vagy 9?

Extra kérdés: Mivel szokták ezt a pH-t beállítani?

- c) Hány mol Ag^+ ion van $\frac{1}{4}$ liter olyan oldatban, amely AgCl -ra és AgI -ra egyaránt telített?

Adatok: az oldhatósági szorzatok $L_{\text{AgCl}} = 1,83 \times 10^{-10}$ és $L_{\text{AgI}} = 8,3 \times 10^{-17}$.

- d) Mennyi a CdS oldhatósága (mol/dm^3 egységben) $\text{pH} = 1$ -es HCl -oldatban?

Adatok: az oldhatósági szorzat $L_{\text{CdS}} = 3,6 \times 10^{-29}$, a H_2S savállandói pedig $K_{s,1} = 10^{-7}$ és $K_{s,2} = 10^{-15}$.

- e) Az alábbi molekulák/ionok közül hánynak a koncentrációját nem lehet meghatározni *közvetlen* jodometriás titrálással? (A felsoroltak közül mindegyik meghatározható jodometriásan.)

Br_2 , MnO_4^- , $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$, SCN^- , Ce^{4+} , ClO_2^-

Extra kérdés: Írd fel a titrálások során lejátszódó folyamatok egyenleteit minden esetben (ott is, ahol közvetett jodometriás titrálásra van csak lehetőség)!

- f) Van egy vizes oldatunk, ami csak egyféle fémiont tartalmaz. Tudjuk, hogy 2-es pH-n az oldatot H_2S -dal telítve csapadékképződés nem tapasztalható, viszont $(\text{NH}_4)_2\text{S}$ -oldatot használva fehér csapadék válik le a kiindulási oldatból. Ha az előbb kapott csapadékmentes H_2S -es oldat pH-ját óvatosan emeljük, csapadékleválást látunk még mielőtt meglúgosodna az oldat. Körülbelül hányas pH-n kezdünk el csapadékleválást tapasztalni? (A kapott pH-értéket egész számra kell kerekíteni.)

Extra kérdés: Milyen kation lehetett az oldatban?

Adatok: az oldhatósági szorzat $L_{\text{csapadék}} = 3 \times 10^{-23}$, a savállandók $K_{s,1} = 10^{-7}$ és $K_{s,2} = 10^{-15}$, a fémionok koncentrációja $c_{\text{fémion}} = 3,03 \times 10^{-10} \text{ mol/dm}^3$ és a megadott körülmények között a H_2S -nel telítés $c_{\text{telített H}_2\text{S}} = 0,1 \text{ mol/dm}^3$ koncentrációt ad.

- g) Egy A és egy B anyagot szeretnénk elválasztani vékonyréteg-kromatográfiával petroléter-hexán-metanol 10:2:1 arányú elegyét használva eluensnek. Ha tudjuk, hogy az oldószerfront 1 perc alatt tesz meg 1 cm-t, a tökéletes elválasztáshoz pedig az szükséges, hogy az A és B anyagok távolsága a VRK lapon legalább 3 cm legyen, minimum hány percig szükséges az elegy futtatása?

Adatok: a retenciófaktorok $R_f(\text{A}) = 0,42$ és $R_f(\text{B}) = 0,66$.

- h) Összeöntünk 30 cm^3 $0,06 \text{ mol/dm}^3$ koncentrációjú KMnO_4 -oldatot, és 60 cm^3 $0,15 \text{ mol/dm}^3$ koncentrációjú MnSO_4 -oldatot. Milyen pH-n lesz a kapott rendszer redoxpotenciálja $1,30 \text{ V}$?

Adatok: a hőmérséklet 25°C , a standard redoxpotenciál $\varepsilon^\circ = 1,52 \text{ V}$.

- i) Mennyi a pH-ja egy $0,300 \text{ mol/dm}^3$ koncentrációjú nátriumacetát-oldatnak?

Adat: a CH_3COOH savállandója $K_s = 1,79 \times 10^{-5}$.

- j) Hány olyan tagja van a Fresenius-féle III. kationosztálynak, melyek hidroxid-csapadékai feloldódnak ammóniafeleslegben, de szulfid-csapadékai nem oldódnak híg ásványi savakban?

- k) Az alábbi kilenc darab indikátor közül hányat lehet alkalmazni három/négyértékű fémionok EDTA-val történő komplexometriás meghatározásánál?

murexid, metiltimolkék, p-etoxi-krizoidin, fenolftalein, eriokrómfekete T, metilvörös, kristályibolya, difenil-amin, variaminkék

Minden rész egy-egy számjegyet határoz meg: ahol a megoldásként kapott számérték nem nulla, ott annak az első nem-nulla számjegye számít; ahol pedig nulla a megoldás, ott a „0” számjegy. A kapott számjegyek összeolvasva egy értelmes fogalmat adnak, ha az angol ABC-beli sorszámoknak tekintjük őket (például 1142517 → ANYAG).

1) A következő rendszerek közül mely(ek)et jellemzi a megoldásként kapott fogalom?

- A) $\text{NH}_4\text{Cl} + \text{NaCl}$ vizes oldata
- B) Na_2HPO_4 vizes oldata
- C) $\text{I}_2 + \text{CHCl}_3$ alkoholos oldata
- D) $\text{Na}_2\text{HPO}_4 + \text{NaH}_2\text{PO}_4$ vizes oldata
- E) glicin vizes oldata

A teljes megoldásnak a következőket kell tartalmaznia: az egyes részekhez tartozó számítások, az egyes részeknél kapott megoldások számértékei, az extra kérdésekre adott válaszok, az összeolvasandó számjegyek és a belőlük kiolvasott fogalom, és végül a válasz az 1) részfeladatra.

8. feladat

Aladár éppen ment volna Oleghez a feladvánnyal, amikor Tódor, a kapitány megállította egy informatikai problémával, ami érdekes módon még a feladványok keresgélésénél is kisebb gyakorlati haszonnal bírt:

Az expedíció számítógépeit holografikus, 3D megjelenítésre képes vezérlőállomásokon lehetett vezérelni. A kapitány a személyes vezérlőállomásán alkalmazott egy holokímélő programot, ami látványos grafikákat jelenített meg olyankor, amikor a kapitány éppen nem használta a vezérlőállomást.

A kapitány egy egyszerű holokímélőt kedvelt, ami csupán szép kis stilizált növényekre emlékeztető szimbólumokat rajzolt egy kockarács bizonyos celláiba. Másodpercenként egyszer a holokímélő egyszerre megváltoztatta azt, hogy mely cellákba rajzol szimbólumokat. Egy ilyen változtatás után pontosan akkor került egy C cellába szimbólum, ha a változtatás előtt a C cella 26 szomszédja közül pontosan 4 tartalmazott szimbólumot. Két cella akkor szomszédos, ha van közös lapjuk, élük, vagy csúcsuk; semelyik cella nem szomszédja önmagának.

A probléma az volt, hogy Tódor, a kapitány megpróbálta megszámolni, hogy egy bizonyos kis kezdőállásból kiindulva 100 változtatás után hány cellában lesznek szimbólumok. Sajnos még a kapitány kiváló megfigyelőkészségét is messze meghaladta ez a feladat, így jó pár sikertelen próbálkozás után a kapitány inkább kerített egy informatikust (Aladár) a kérdés megválaszolására.

Aladár megpróbálta lepasszolni a feladatot, de az „Egyébként is, mivel foglalkoztál most?” kérdés után úgy döntött, hogy inkább gyorsan elintézi a kapitány kérését.

A kapitány által kijelölt kezdőállapotban csupán 9 cellában rajzolt szimbólumot a holokímélő; ezeknek a celláknak a koordinátái a következők: $(-1, 0, -1)$, $(-1, -1, -1)$, $(0, -1, -1)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(-1, 0, 0)$, $(0, -1, 0)$, $(-1, 0, 1)$, $(1, -1, 1)$. A holokímélő a kockarácsnak elegendően nagy darabját kezeli ahhoz, hogy 100 lépésen belül ne ütközzön bele a terület határaiba a szimbólumok terjedése.

A kapitány még megjegyezte segítségképpen azt, hogy (ebből a kezdőállásból indulva) 5 lépés után 13 darab cellában lesz szimbólum.

A megoldásul kapott számérték mellett be kell küldeni a válasz kiszámításához készített programot is. (Elfogadjuk azt is, ha nem saját készítésű program állapítja meg a megoldást, de ekkor is le kell írni, hogy mit csináltak.)

9. feladat

Következő nap reggel Asztrid és néhány társa felvetette, hogy kerítsenek el egy szabadtéri kifutót a kísérleti nyulaknak. Mivel ez nem egy elsődleges fontosságú feladat, így Tódor, a kapitány, csak korlátozott mennyiségű építőanyag használatát engedélyezte. Asztrid felmérte, hogy a kiutalt dróthálóból 15 méter hosszúságú kerítést tudnak építeni. Éppen azon gondolkodtak, hogy hogyan lehet ennyi dróthálóval a lehető legnagyobb területet körbekeríteni, amikor Aladár arra járt és finoman becsatlakozott ebbe a vitába is:

– De hát ez triviális! A közismert izoperimetrikus egyenlőtlenség azonnal választ ad! *(többiek láthatóan nem tudták, hogy az mi)* Az izoperimetrikus egyenlőtlenség azt állítja, hogy az azonos kerületű síkidomok közül a körnek a legnagyobb a területe. Ezek szerint egyszerűen kerítsetek el egy kör alakú kifutót és készen vagytok...

Asztrid (ahelyett, hogy fejet hajtott volna Aladár nagy tudása előtt...) megszakította Aladár magyarázatát és kiegészítette a kérdést, megemlítve azt, hogy a drótkerítés a (nyulak lakhelyeül szolgáló) laboratórium-épület egyik falához fog csatlakozni és azzal együtt fogja elkeríteni a szabadtéri kifutót. Ez a falszakasz egyenes és 5 méter hosszúságú, tehát a kifutó alakja egy olyan síkidom lehet, aminek a határa egy 5 m hosszúságú egyenes szakaszból és további 15 m hosszúságú (akármilyen) görbéből áll.

Asztrid és társai jogos meglepedettséggel figyelték, ahogyan Aladár előkapott egy papírcetlit és lázas firkálgatás közben töprengett azon, hogy hogyan tudná kezelni ezt a komplikációt...

Meg kell adni, hogy milyen alakú kifutó fogja biztosítani a maximális területet, és indokolni is kell precízen, hogy miért az a legjobb. A megoldásban természetesen lehet használni az izoperimetrikus egyenlőtlenséget (és általában minden – egyértelműen hivatkozott – matematikai tételt).

10. feladat

Ezután sajnos többen is kiszúrták, hogy Aladárnak nincs igazán fontos feladata (már egy ideje elkészült a térképkészítő szoftver megjavításával is), így Tódor, a kapitány beosztotta Aladárt arra, hogy segítsen a krumpliültetvények kiépítésében. Az unalmas kétkezi munka közben egy paraszt úrhajós, Pál elkezdte kérdegetni a társait:

– Hogyan működik a krumpli?

A csapat orvosa, Ignác doktor azonnal megválaszolta ezt az elemi biokémiai kérdést:

– A ribulóz-1,5-bifoszfát karboxiláz/oxigenáz (RuBisCO) egy növényi fehérje, mely bolygónk leggyakoribb enzime. A RuBisCO a növény zöld színtesteiben megtalálható, a nevében is szereplő öt szénatomos cukrot normál működés folytán széndioxid felhasználásával közvetetten kettő darab 3-foszfoglicerinsavvá (3-PGA) alakítja.

Pál ezután további kérdéseket tett fel, amelyekre Aladár azonnal lecsapott, hogy villogtassa biológia-tudását:

a) De miért? Mi a jelentősége az anyagkörforgásban ennek a növényi működésnek, ami miatt a fotoszintézis kulcslépésének tekinthetjük?

– És akkor miért RuBisC...Ó?! Honnan jön az Ó betű? – értetlenkedett tovább Pál.

Ismét Ignác doktor válaszolt:

– A RuBisCO enzim oxigenáz aktivitással is rendelkezik. A ribulóz-1,5-bifoszfátot oxigén megkötésével egy 3-PGA és egy 2-foszfoglicinsav molekulává alakítja. Ezeknek a melléktermékeknek a lebontása CO_2 felszabadulással jár, így csökkentik a fotoszintézis hatékonyságát, ami kedvezőtlen a növény számára.

Ezek után Pál belelendült és csak úgy ontotta magából a kérdéseket, amelyek már alaposan próbára tették Aladár tudását (Ignác doktor meg nem segített, csak leste, ahogyan Aladár küzd a kérdésekkel).

b) Mi befolyásolja, hogy a RuBisCO enzim karboxilációt (CO_2 megkötését) vagy oxidációt katalizál? Mit mond ez az enzim első megjelenésének az idejéről?

c) Hogyan kerül a növénybe a zöld színtestben lévő széndioxid? Milyen formában van jelen a sejtben?

d) Mi akadályozhatja a növényt abban, hogy a sejtjeiben lévő CO_2 koncentrációt a környezeti szinten tartsa?

e) Hogyan befolyásolja a növények CO_2 fixációjának hatékonyságát az évi középhőmérséklet megemelkedése? *(Legalább két szempontot kell írni.)*

11. feladat

Aladár éppen készülődött volna lefeküdni a fárasztó munka után, amikor újból a graffitizó zugmatematikus áldozatává vált. Most legalább nem Aladár feladata volt lesuvickolni a falról a függvényegyenletet (amit ugyanazzal a makacs filccel

írtak fel, mint az út közben a diofantoszi egyenletet), azonban így is idővesztéséget jelentett a feladat (mert addig nem bírt elaludni, amíg meg nem kereste a megoldást). A feladat a következő volt: „ $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ függvény, minden k, n egész számra $f(k + f(n)) = f(k) + n$ ”.

Meg kell keresni az összes ilyen f függvényt és bizonyítani kell, hogy nincs több megoldás.

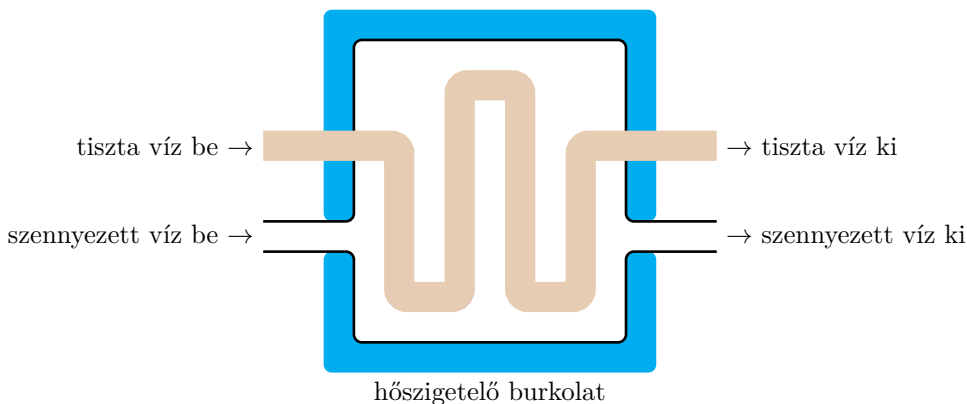
12. feladat

Másnap Aladár (hogy elkerülje a krumpliültetést) csatlakozott azokhoz a társaihoz, akik a bázis vízmelegítő rendszerét szerelték.

A bázis víztisztító egységei kristálytisztá, de hideg, 0°C hőmérsékletű vizet adtak, ezt kellett felmelegítenie a rendszernek. Eredetileg az volt a terv, hogy a vizet egyszerűen csak átpumpálják napelemeken (feketére festett, csőhálózattal ellátott lemezeken), hogy ott felforrósodjon. Kiderült azonban, hogy a napelemek csőveiből veszélyes anyagok mosódnak bele a vízbe kicsi, de az egészségre káros koncentrációban.

Emiatt a csapatnak rögtönözni kellett: azt találták ki, hogy valamennyi vizet felmelegítenek a napelemekkel, majd a forró szennyezett víz segítségével melegítik fel a hideg, tiszta vizet. Úgy döntöttek, hogy tisztítóból kijövő víznek a felét irányítják a napelemekhez, ahol az 100°C -ra forrósodik (viszont szennyezetté válik) és ezután ennek a meleg víznek a hűjét adják át a víz másik, tisztán maradt felének.

Erre a célra rendelkezésre álltak hőcserélő tartályok, amelyek eredetileg a leszálló rakéta alkatrészei voltak. Ezek egyszerűen jól hőszigetelt tartályok, amelyeknek a belsején egy összevissza tekergőző, jó hővezető falú fémcső halad át (az ábrán vázolt módon). Ha (például) a csőbe tiszta vizet, a körülötte lévő tartályba pedig szennyezett vizet pumpálnak, akkor gyorsan kiegyenlítődik a közöttük lévő hőmérséklet-különbség, viszont nem keveredik a kétféle víz és elhanyagolható a hővesztéség.



A csapatnak sok ilyen tartálya volt, továbbá voltak hőszigetelt falú csövek és okos, digitálisan szabályozható és szenzorokkal ellátott pumpáik is. Nyilvánvaló javaslat volt, hogy ha egyszerűen csak teljes hőcsere történik a 100°C -os szennyezett víz és az ugyanakkora tömegű 0°C -os tiszta víz között, akkor a tiszta víz felmelegszik 50°C -ra.

Tódor, a kapitány (aki épp arra járt) megjegyezte azonban, hogy ha ügyesebben állítanák össze a rendszert, akkor azt is el lehet érni, hogy a tiszta víz 60°C -ra melegedjék. Aladár és társai hitetlenkedve fogadták ezt a kijelentést, de a kapitány nem volt hajlandó leléni a poént. („Gondolkodjatok rajta egy kicsit, majd utána elmondom...”)

Hogyan lehet elérni azt, hogy a tiszta víz 60°C -ra melegedjék?

Megjegyzések:

- Azonos tömegű a felhasználható 100°C -os szennyezett víz és a 0°C -ról 60°C -ra melegítendő tiszta víz.
- Elhanyagolható a víz fajhőjének a hőmérsékletfüggése.
- A szennyezett víz hőtani, fizikai jellemzői nem különböznek a tiszta víz jellemzőitől.
- Elhanyagolható környezettel való hőcsere (a jó hőszigetelésnek köszönhetően); elhanyagolható a csövek hőkapacitása; elhanyagolható a súrlódási erőknél és a pumpák munkájának a hevítő hatása.