

Az ELTE Bolyai Kollégiumának 11. Levelezős Csapatversenye 2023., 2. forduló

Beadási határidő: 2023. április 30.



Emágyen Henrik, a Hajthatatlan, számos próbát megállva eljutott a lovagi torna helyszínére.

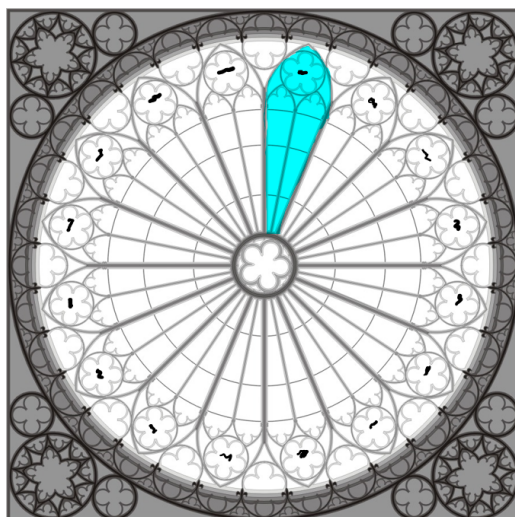
A tornát az Eszterházy család kúriája melletti földeken tartották, a mocsarakon túl, Dotis váránál. Emitt derék férfiak már gyülekeztek, hogy bizonyítsák rátermettségüket és kiérdemeljék a nemes család ajándékát. Közel s távolról érkeztek vitézek, mind fényes páncélban. Címerüket büszkén viselték mellkasukon, zászlajukon.

A viadalmak előtt az Úr és az Úrnő az első napon mulatsággal és lakomával várta vendégeit. Ez a nagy ünnepi sátorban tartatott, ahol zenészek és művészek egyaránt mulattatták az előkelőket.

Henrik, a Hajthatatlan a lakoma előtt betért Dotis templomába. Ott Urunktól kért erőt a következő napok, és Erzsébet hercegnő megmentésével járó bonyodalmakhoz...

Matematika

Hősünk égi (és némi földi) útmutatásért betért a templomba, melynek egyik rózsablakát valaki leöntötte festékkel, és összefirkálta az ábrán látható módon.



1. Becsüljük meg, hogy a festékekkel leöntött rész (kék) mekkora része a rózsablak teljes üvegfelületének (fehér)! (12 pont)
2. Henrik észreveszi, hogy a firkáak (fekete) valójában kétbetűs kódrészletek, a kód teljes szövege: 'BG BM AC OI FI MB DZ DZ OH ZF DI SL AR NZ AR QY'. A festékekkel leöntött ablakrészen halványan dereng egy angol nyelvű firka, amely pedig magyarul így szól:

*"A Játék világos,
Az ablak virágos;
Előbbi a kód,
Utóbbi: jelszód."*

- (a) Milyen titkosírást használhatott a vandál? (1 pont)
- (b) Mi lehet a titkosírás kulcsszava? (1 pont)
- (c) Mit üzent az ismeretlen? (6 pont)

Megjegyzések és segítség a 2. feladathoz:

1. A 25 latin betűt megkülönböztető rejtjel nem használ dupla és ékezetes betűket, illetve az I és J betűket azonosnak tekinti.
2. A (c) feladatrészre a rejtjel dekódolásának részletes kifejtésével együtt jár a maximális 6 pont - a megfejtett üzenet közléséért csak 1 pont jár!

Henrik a templomból kitérve útnak indult a település főterére, itt szállást, és ellátmányt keresve. A piacon eddigi szolgálataiért érdemelt jó aranypénzzel fizetett. Itt megtapasztalta egy város járását, az itteniek sorsát.

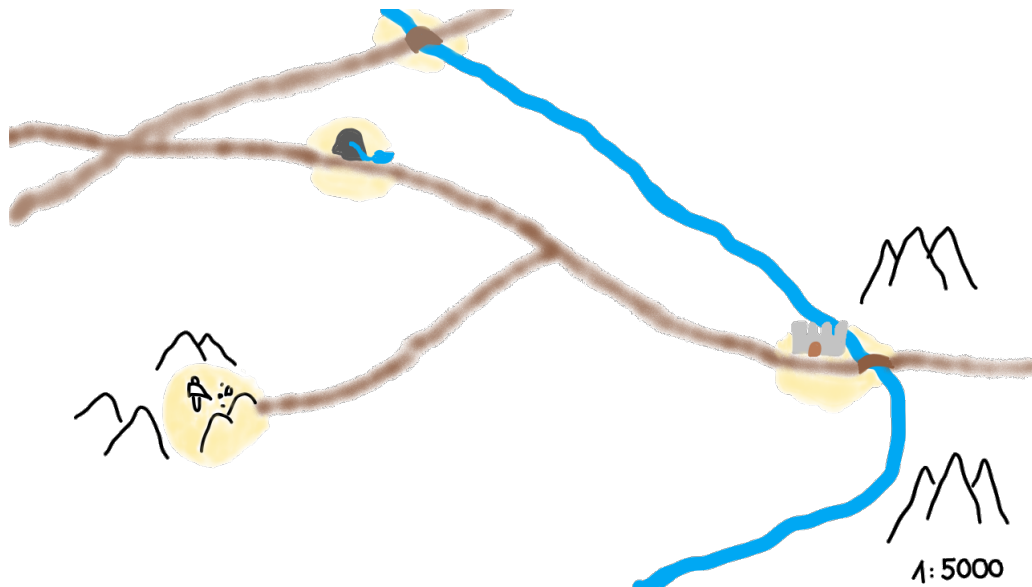
Itt több ismeretlen emberrel beszélt, hogy a világról minél többet megtudhasson. Gondolkodó embert tanúsítva, nem csak erejét, hanem eszét és tudását bővítette. Elsősorban érdekelte a torna helyszínének történelme. Erről kérdezgette az egyik utazó portékást...

Földrajz

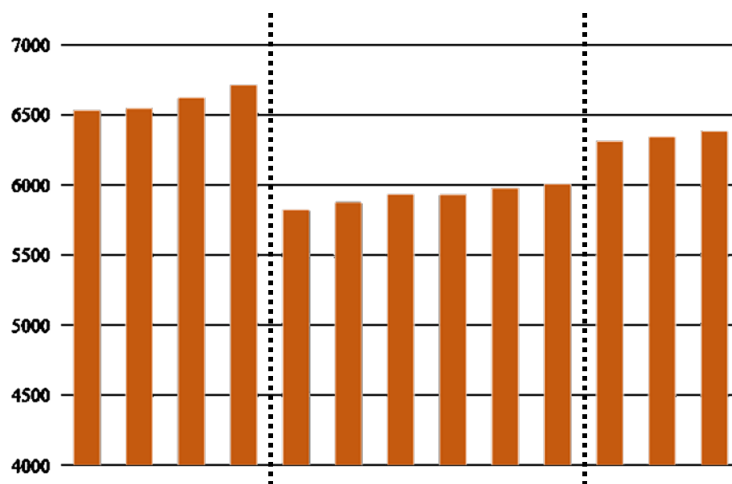
1. A városban sétálgatva szóba elegyedtek egy idősebb úrral, akitől kaptok egy régi térképet és egy leírást, melynek segítségével megpróbáljátok megállapítani, hogy hol is vagytok pontosan.
 - (a) A térkép melyik városára illhet a leírás? (A városok halványsárgával vannak jelölve.) (2 p)

*A térségben kiemelt szerepe van a víznek. A városodás során számos hídváros jött létre a környéken. De városunkat nem ez teszi különlegessé, gyógyvízű forrásai kortól, nemtől és etnikumtól függetlenül érkeznek látogatók messzi földről, már-már **zarándokhely** lett kis településünkéből.*

- (b) A férfi, akitől a térképet és a leírást kaptátok, örülne a segítségeteknek, ugyanis néhány szót nem értett a szövegből, hátha ti meg tudjátok neki magyarázni. Fogalmazzatok meg röviden, közérthetően a szövegben kiemelt fogalmakat! (8 p)
- (c) Elgondolkoztatok már azon, hogy más lenne-e az életetek, ha akár csak egy néhány kilométerrel arrébb fekvő városba születtetek volna, vagy lennétek éppen? Persze városok nem nőnek ki csak úgy a földből, áltatában oka van, hogy miért ott alakulnak ki, ahol kialakulnak. A térkép alapján mit gondoltok, hol jöhetett volna még létre város a középkorban? (1 p) A válaszotokat indokoljátok is! (3 p)



2. A térképen láttok egy várost, ahol egy vár is található. Ez a régió központja, így nyilvántartást vezet számos statisztikáról, egy ebből készült grafikon láthattok lent. Saját tudásotok és a grafikon segítségével válaszoljatok a kérdésekre.



- (a) Milyen címeket tudnátok adni a tengelyeknek? (2 pont)
- (b) Szaggatott vonallal jelöltünk két olyan időszakot, ami között markáns változás következett be a számokban. Milyen lehetséges okai vannak ezeknek a változásoknak? (2 pont)
- (c) Számoljátok ki, hogy mennyi lehetett a népsűrűség a második szaggatott vonal előtti évben. (2 pont)

Kíváncsiságát kielégítve szállás után keresett itt tartózkodásáig. Rövid keresés után betért a Fehér Kakas fogadóba. Itt ágyat bérelt, és az út porát lemosta magáról. Lovát a hely istállójában helyezte el.

A nap során Henrik részt vett a torna nyitó ünnepségein. Voltak táncosok, bolondok, messze földről érkező minnesangerek, zenészek, kik mind az Úr és Úrnő vendégeit szórakoztatták. Ekkor még Hajthatatlan Henrikről nem hallottak a világ minden táján, így ülőhelyet a legelső asztalnál kapott csak, annak végénél. Az asztali módot betartotta, kirakott tálban kezet mosott, törével fogát nem piszkálta. Megtartóztatást tanúsítva nem habzsolta a felkínált étkeket, kenyér csepegtetőjét a szegényeknek adta.



A lakoma végeztével az Úrnő szerencsét kívánt a bajnokoknak. Henrik a fogadóba visszatérve egy korsó sört kért lefekvés előtt. Jókedve kerekedett, s a többi ottlévővel beszélgetésbe elegyedett...

Informatika

Megjegyzés: összesen 20 pont kapható a lenti három feladatból, de 30 van kiírva. Lehet próbálkozni mindegyikkel, amennyiben az össz pontszám 20 feletti, akkor jár a 20 pont.

Sétálunk-sétálunk, egy kis dombra lecsücsülünk, csü-... majd valaki meghív minket egy sakkjátékra. Sokan ismerték akkoriban ezt az akkor is klasszikusnak számító játékot. Mindenesetre a szabályokat ismerjük, szóval miért ne?

4-Királynő probléma (10 pont)

A 8 királynő probléma egy széles körben ismert kérdés: Hányféleképp helyezhető fel 8 vezér egy sakktáblára, úgy, hogy ne üssék egymást? Ennek legegyszerűbb megoldása az, hogy megnézzük mind az összes (4,4 milliárd) felállást, és hogy azok közül mennyi helyes (92). A számítógépek képesek erre!

Amennyiben valóban ezt tennénk akkor ez a megoldás nem lenne hatékony: habár a mai gépeken nem kellene olyan sokat várnunk rá, régebbi eszközökön ez továbbra is sokáig tartana. Egy nagyon nagy, és mégis egyszerű javítása a programnak az hogy egy oszlopba csak egy vezért helyezünk. A lehetséges állapotok számát máris lecsökkentettük 16,8 millióra, és két vezérről nagyon könnyen megnézhetjük, hogy ütik-e egymást:

A két vezér oszlopa legyen I és J (számok), a soruk pedig X és Y (számok). A fentiek miatt biztosan tudjuk hogy $I \neq J$. A két vezér csak akkor üt egymást ha $X=Y$, vagy $|I-J| = |X-Y|$. Az előbbi vízszintes ütést, az utóbbi átlós ütést jelent.

Ezekon kívül persze további "optimalizálások" is végezhetőek. A feladat ezen problémának egy "egyszerűsített" változata lenne: a 4-királynő probléma. Ebben a problémában egy 4*4-es táblával rendelkezünk, amire 4 királynőt helyezünk fel. Persze ez pillanatok alatt belátható, hogy 2 különböző megoldással rendelkezik, de a feladat más:

Feladat: (10 pont)

Írj egy függvényt bármilyen nyelven, ami egy "táblaállásról" eldönti hogy megfelelő-e (nem ütik egymást a királynők). A táblaállás egy max 4 jegyű 4-es számrendszerbeli szám értéke (10-es számrendszerben), aminek a számjegyei rendre az első/második/... oszlopban levő vezér sorának a számát jelöli (mivel 4-es a számrendszer, ezért a sorok 0-tól 3-ig vannak számozva).

A megírt programnak vagy konzolon kell lefutnia (mellékeljetelek fordítási parancsot, és hogy milyen compiler-t használtatok) beszédes felhasználói felülettel (bekéri a számot, kiadja a választ), vagy könnyen olvashatónak kell lennie (ez esetben csak forráskód elegendő, kommentelés ajánlott).

A bemenő adatok mindenképpen 10-es számrendszerbeli pozitív egész számok, de nem feltétlenül felelnek meg a többi feltételnek: ez legyen ellenőrizve.

Részpontszámok valószínűleg nem lesznek adva.

Azok számára, akik nem használtak még semmilyen programozási nyelvet, és nem is akarnak emiatt megtanulni egyet, lesz elég pontszám kiosztva ezen feladat nélkül is.

TURING-szalag (10 pont)

A Turing-gépeket tekinthetjük a mai számítógépek egyik elődjének, ide tartozik minden, amivel mechanikus módon tudunk "gépesíthető", algoritmikus feladatokat elvégezni. Ez lehet egy 2 dimenziós flipper-szerű lap különböző mozgó műanyagdarabokkal, vagy egy kizárólag elméleti végtelen adatszalag, rajta egy "olvasó fejjel"/"kurzorral". Ezutóbbit fogjuk most használni.

A most Turing-szalagnak nevezett eszközünk egy vagy több végtelen hosszúságú (mindkét irányban) szalagból áll, amik cellákra vannak osztva. Minden cellának van pontosan 1 tartalma, alapértelmezetten minden cella üres. Ezen kívül van rajta egy olvasófej, aminek van egy pozíciója (melyik cellán áll), és tudunk vele oldalra lépni (1-et), illetve a cella tartalmát olvasni vagy írni.

A gépünket egy programmal irányítjuk, ami mindig számon tartja, hogy milyen "állapotban" van a rendszerünk. A kiinduló (START, qinit) és a befejező (STOP, qfin) állapotokon kívül bármilyen egyedi konstans kifejezés lehet neve egy állapotnak. A gép a START állapotból indul, és addig megy amíg a STOP állapotba nem kerül, vagy nincs utasítás, ami az aktuális helyzetére vonatkozik. Ez utóbbi befejezés esetét "hibának", azaz elutasított értéknek tekintjük (például ha számokkal dolgozunk, és szöveg jön inputban). Amennyiben a STOP állapotban áll meg a programunk akkor a bemenetet "elfogadtuk".

Egy programutasítás a következőképp néz ki (a két sor együtt 1 utasítás): (több szalag esetén megkülönböztetjük a két szalagon olvasott/írott értékeket, és a hogy két kurzor külön-külön hogy mozog)

```
JELEN_ALLAPOT,      OLVASOTT_ERTEK  
KOVETKEZO_ALLAPOT, BEIRT_ERTEK,      LEPES
```

Az állapot ahogy említve volt bármi lehet, két speciális esettel; az olvasott/írni való érték bármilyen szám/karakter lehet, az üres cellát a '_' jelöli; a kurzor lépések lehet '<', '>', '-' amik rendre a balra/jobbra/marad utasításokat jelölik

qinit, 1
qkoztes, 1, >
qkoztes, 1
qkoztes, 1, >
qkoztes, 0
qkoztes, 0, >
qkoztes, _
qfin, 0, -

A programok kipróbálhatóak a következő oldalon: <https://turingmachinesimulator.com/> Remélhetőleg ennek megosztása semmilyen szabályt nem sért :D Találhatóak itt angol nyelvű példakódok, és tutorialok is, bár a feladathoz fontos dolgok itt említve vannak.

Feladatok: (10 pont)

- Definiáljunk egy olyan programot ami elfogadja a "Hello World" szöveget. Segítség: bármennyi állapot generálható. (3 pont)
- Az előző feladat, a következő kikötésekkel: Amennyiben az egyik szó (Hello/World) nagy betűvel kezdődik a szóban levő többi betűnek is nagynek kell lennie, amennyiben kicsivel akkor kicsinek. Ezen kívül utasítson el mindent ami nem a fenti 4 szöveg valamelyike. Segítség: "HELLO WORLD HELLO" nem elfogadható! Egy szóban 2 space nem szerepelhet egymás mellett (3 pont)
- Egy kapott bináris számból vonjunk ki 5-t (feltételezhetjük hogy a beérkező szám értéke biztosan nagyobb mint 7, és hogy nem 0-ással kezdődik). Nem kell ellenőrizni a bemenő adatot, feltételezhetjük hogy azok mindig megfelelnek a bemeneti feltételeknek (4 pont)

A megoldásokat ajánlott külön .txt fájlokban beadni, a könnyebb olvashatóság kedvéért.

"Gondolkodom tehát logika" (10 pont)

Mindenki hallott már az alap logikai műveletekről (AND, OR, NOT), talán az összetettebbekről (NAND, XOR, NOR) is. Középiskolában már mindenki találkozott függvényekkel, és az ezt olvasók mind el tudnak képzelni egy olyan függvényt ami "valami"-k halmazáról az {True, False} halmazra képez le (ezek a függvények nagybetűvel lesznek jelölve).

Kevesebben, de hallhattak a kvantorokról. Két kvantort fogunk most használni, a \exists egzisztenciális kvantort, és a \forall univerzális kvantort. Az előbbit olyan szövegkörnyezetben használjuk hogy "létezik olyan VÁLTOZÓ amire igaz hogy ÁLLÍTÁS", utóbbit úgy hogy "minden VÁLTOZÓ-ra igaz hogy ÁLLÍTÁS".

Példa: Létezik olyan x a természetes számok halmazában(N), amire igaz az hogy a kétszerese kisebb mint 3:

$$\exists x \in N : 2 * x < 3$$

Definiáljunk egy $P(x)$ függvényt, ami a természetes számok halmazából a {T,F} halmazra képez: Legyen igaz akkor ha $2*x < 3$ és legyen hamis akkor ha $2*x \geq 3$. A fenti állítás akkor kinézhet így:

$$\exists x \in N : P(x)$$

Tegyük fel hogy a P bármilyen értékből tud a $\{T,F\}$ halmazra képezni, és az x nem feltétlenül egy szám, hanem egy "bármi". A következő állítás a logika szerint továbbra is értelmes:

$$\exists x P(x) \wedge \forall y P(f(y))$$

Értelmes, de nem tudjuk hogy igaz-e vagy hamis, amíg nincsen egy értelmezésünk a kifejezésre. Megadok két példát, amikben értelmezve van a kifejezés, és az egyikben hamisra értékelődik, a másikban igazra. A korábban "bármi"-k halmazára mostantól univerzumként fogok hivatkozni:

- T: univerzum := természetes számok; $f(x) := x \bmod 2$; $P(x) = \{\text{igaz ha } x < 3\}$
- F: univerzum := természetes számok; $f(x) := x+1$; $P(x) = \{\text{igaz ha } x > 3\}$

Feladatok: (10 pont)

A lenti logikai állításokhoz készítsetek egy tetszőleges, a fentihez hasonló értelmezést, amivel a logikai állítás igazra értékelődik ki. Ha ilyen nem létezik, akkor azt indokolni kell.

- (a) $P() \wedge \neg \exists x G(x)$ (3 pont)
- (b) $\forall x (P(x) \vee \exists y (G(x, f(y)) \wedge G(y, x)))$
kikötés: $P(x) = \{\text{mindig hamis}\}$ (3 pont)
- (c) $\forall x \forall y \neg (P(x) \vee G(y)) \vee \exists z P(f(z))$ (4 pont)

Másnap Hajthatatlan Henrik a viadalmak előtt betért a torna kovácsához, hogy az a felszerelését megvizsgálja, és megfelelőnek ítélje. Itt Henrik akarva, akaratlanul kifigyelte a kovácsolás mesterségének alapjait, hisz míg a kovács az ő felszerelését vizsgálta, tanoncai a munkát zavartalanul folytatták...

Kémia

- (a) Egy vasból készült páncélt szeretnénk rézzel bevonni. Ehhez egy hordónyi kénsavas réz-szulfát oldatba helyezük egy éjszakán keresztül. Ekkor a vas redukálja az oldatban levő rezet. Amennyiben 10 mM-os réz-szulfát oldatot alkalmazunk, amely további 10 mM kénsavat tartalmaz, hány liter oldatra lesz szükség, ha 10 g rezet akarunk a páncél felületére leválasztani? Adjuk meg a kémiai reakció egyenletét!
- (b) A páncél bevonása sikeres volt, ám a levegő hatására az oldatban oxidáció játszódott le és barna csapadék keletkezett. A csapadék tömege 5 g volt. Az oxidáció első lépésekor a rézleválasztás után a legnagyobb koncentrációban jelen lévő oldott anyag oxidálódik, amely a páncél vastartalmát feloldja. A rézbevonat miatt a páncél oldása lassú, az oldott anyag oxidációja teljesen lejátszódottnak tekinthető. Adjuk meg a kémiai reakciók egyenletét! Mi a csapadék?
- (c) Mennyi oxigénre van szükség ahhoz, hogy a csapadék megjelenjen? A csapadék oldhatósági szorzata megtalálható a függvény táblázatban.
- (d) Mennyi vas oldódott fel a páncélból összesen?

- (e) Milyen reagenssel tudnánk szelektíven eltávolítani a páncél rézbevonatát a vas oldása nélkül?
- (f) Milyen reagenst tudnánk adni a kénsavas réz-szulfát oldathoz, hogy az oxigén ne okozza a vas oldódását?

A kovács Henrik felszerelését megfelelőnek ítélte. Henrik, a Hajthatatlan így a csatározás helyszínére ment, ahol a többi lovag már színes zászlajaikkal sort álltak. A sorba beállva, a sok munka évében erősen felépített testalkatával kitűnt még a legpompásabb vitézek között is. Első napon a csatározás tartatott, ahol számos lovag egyszerre mérte össze egymás erejét, akár vérré menő küzdelemben.



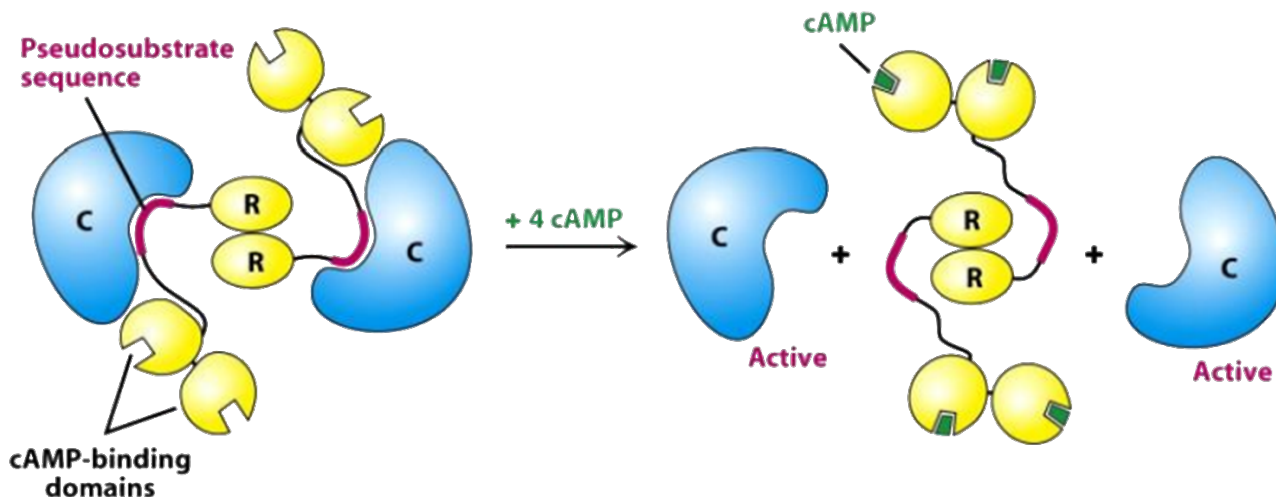
Henrik a csatározás során páratlan bátorságot és erőt tanúsított. Végig a tér közepén maradt, senkitől nem riadt el, és körülötte az ellenfelei több csapás után mind visszavonultak, és inkább egymással küzdöttek. Az ütközet végén Henriket a nap győzteseként hirdették ki, és elismerést nyert magától az Úrtól és Úrnőtől is. Ilyen megtiszteltetésben kevés újonc lovag részesülhet.

Az aznapi viaskodás befejeztével Henrik, jó emberként a sáncnál maradt, és segített a sebesültek ellátásában. Bár az összecsapást fegyelemmel végezték, törött csontok, és nyílt sebek így is jó számmal fordultak elő...

Biológia

1. A középkorban komoly problémát okoztak a különböző, nem megfelelő higiénéből adódó fertőzések, megbetegedések. Manapság is sokszor hallunk tetanuszról, vagy merevgörcsről, amit valójában nem egy obligát patogén baktérium okoz. A Clostridium tetani baktérium által termelt toxin okozza a merevgörcsöt. A betegség korábban súlyos következményekkel járt és nagy arányban végződött halállal, ám mára már az ellene kifejlesztett védőoltásnak köszönhetően elenyésző a halálos kimenetelű fertőzések száma.
 - (a) Mit jelent az, hogy egy baktérium obligát patogén és ebben az esetben a Clostridium tetani miért nem az? Hogyan nevezhetnénk a Clostridium tetanit ebben a szcenárióban?
 - (b) A toxinok esetén meg szokták határozni az ún. LD50 értéket, ami azt mutatja meg, mekkora dózisban kell adni a toxint ahhoz, hogy a kezelt állatok 50%-a elpusztuljon. Tervezzetek meg egy kísérletet, amiben a tetanospasmin (tetanusz toxin) LD50 értékét mérnétek ki!
 - (c) A tetanospasmin egy fehérje, ami a tetX génről íródik át. A fehérje két láncból áll. Milyen kötés tarthatja össze a két láncot és ez min keresztül történik meg? Mondjatok példát az emberi szervezetből is egy ilyen jellegű fehérjére!
2. Egy másik izgalmas toxin, ami szintén komoly problémákat okozott a középkorban, a koleratoxin. Mint minden toxin, ez is egy fehérje, ami egy jelátviteli útvonal aktivációján keresztül fejti ki hatását.

- (a) A toxin receptorhoz való kötődése után milyen komponensek vehetnek részt a jelátviteli útvonalban (és mi ezek általános funkciója), ha végső soron cAMP függő protein-kinázok fogják aktiválni a kloridion-csatornákat?
- (b) A cAMP-függő protein-kináz egy allosztérikus enzim. Mit jelent ez és mi a szabályozási mechanizmusa? A megoldáshoz az alábbi ábra nyújthat segítséget:



3. A toxinok mellett komoly kockázati tényezőt jelentettek a középkorban a kisebb-nagyobb sérülések. Ma már tudjuk, hogyan regenerálódnak a szöveteink, nézzünk rá erre a kérdéskörre!

- (a) Sejtjeink őssejtekből keletkeznek. Ezek embrionális vagy felnőtt őssejtek lehetnek. Mi a különbség a kettő között? Mit hozhatnak létre és melyik az, ami a szöveti regenerációban részt vesz?
- (b) Ma már sejtjeink átprogramozása sem lehetetlen. A differenciált sejtek magtartalmát átvihetjük oocitákba vagy dedifferenciált sejteket hozhatunk létre gén transzdukcióval (a bevitt gének általában olyan transzkripciós faktorok, amik a tumorgenezissel asszociáltak). Milyen hátrányai lehetnek ezeknek a technikáknak?



A következő napon a lovagok lóval és kopjával mehettek egymásnak. Itt Henrik tapasztalatlansága miatt alulmaradt. Bár vitézi bátorsággal vezette lovát ellenfele irányába, kopját nem megfelelően tartotta, így az az ellenfél pajzsáról lecsúszott. Az órá támadó nem vétett ilyen hibát. A szilánkosra tört kopja darabjai lehullva a porban fekvő találták Henriket. Ám ő hajthatatlanságának bizonyításaképp hamarabb talpra állt, minthogy lova megfordulhatott volna, és vereségét elismerve ellenfelének készségesen poharat emelt.

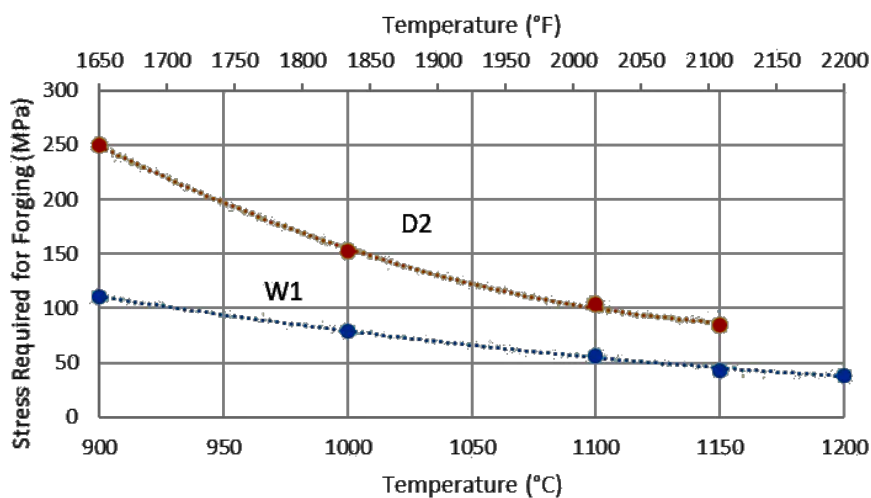
Ugyanakkor esésekor kardja megsérült. Emígy Henriknek a kovácsot a torna második napján is meg kellett látogatnia. A harmadik napi párbajokra biztosan kifogásolhatatlan felszereléssel kellett érkeznie.

Henrik kardját a kovács is sérültnek ítélte. Henrik, büszkeségét háttérbe szorítva, és a célját előtérbe helyezve igazat adott a kovácsnak. A kovács a kardja javítását megkezdte. Most Henrik is gédkezett a munkában, részben fizettségként...

Fizika

1. A kovács felhevíti a kardot annak érdekében, hogy meg tudja azt munkálni. Mekkora hőmérsékletre kell felhevítenie a kardot, hogy kalapácsütéseivel munkálni tudja azt? Tegyük fel, hogy a kovács $90,2 \text{ m/s}^2$ -rel képes felgyorsítani egy 10 kg tömegű kalapácsot, amely függőleges irányban, nagyjából 1 cm^2 felületen érintkezik a görbe felületű karddal.

A feladat megoldásához alább találtok egy ábrát, amely különböző anyagú acélok esetén mutatja a hőmérséklet függvényében azt a nyomást, amelyet legalább ki kell fejteni ahhoz, hogy megmunkálható legyen az anyag. Tehát az előbb kiszámolt, a kovács által kifejtett nyomásértékhez tartozó minimális hőmérsékletértéket kell leolvasnotok. Két görbét láttok, a kovács ezek közül a kevésbé kemény W1 típusú acélt használja. Előfordulhat, hogy az általatok meghatározott nyomás kívül esik az ábra tartományán, ez esetben tegyék fel, hogy $1100 \text{ }^\circ\text{C}$ felett már egy egyenest követve, lineárisan csökken a hőmérséklet függvényében a nyomás.



Ezen a hőmérsékleten milyen színben fog világítani a kard? Tegyétek fel, hogy a kard feketetest-sugárzást követ, és ezen sugárzás maximális hullámhosszát keressük, valamint azt a színt, amelyben látni fogjuk sugározni a kardot.

2. A tüzet szítani kell ahhoz, hogy ilyen magas hőmérsékletre hevítse fel a kardot: tegyük fel, hogy ez a szerkezet egy 50 cm magas, 30 cm oldalszélességű, négyzet alakú téglatest, amelynek dugattyúját mozgatja a kovács. A tartályon van egy kicsiny, 5 cm^2 felületű lyuk, ezen áramlik ki a nagy sebességű levegő, ami a tüzet erősíti. Mekkora erővel kell nyomnia a dugattyút, ha $0,1 \text{ s}$ idő alatt 20 cm -t tol be rajta a kovács? Mekkora sebességgel fognak kiáramlani a kis lukon a részecskék, amelyek szítják a tüzet? (Feltehetjük, hogy $0,1 \text{ s}$ alatt az anyagmennyiség nem változik.) A tartályban normálállapotú levegő van ($\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$).
3. Balga Henrik, amint elkészült kardja, hegyével lefelé a földre állítva jól rá is tehenkedett. 70 kilós testének súlyával ráterhelve a kard tetejére el tudja-e érni, hogy az kihajoljon (és valószínűleg emiatt el is törjön)? Melyik irányban hajolhatna ki a kard; a $0,5 \text{ cm}$ -es vastagsága, vagy az 5 cm -es szélessége mentén?

A kritikus erő, amivel egy függőleges tárgyat nyomva az oldalra kihajlik (és így egy félszinusos alakot ír le): $F = EI\pi^2/L^2$. Itt E az anyagra jellemző Young-modulus (acél esetén 200 GPa), $L = 90 \text{ cm}$ a kard hossza. Az I -vel jelölt mennyiség, a negyedrendű nyomaték, mely a tárgy alakjára jellemző. A kardra nagyjából igaz téglalap alapú keresztmetszet esetén alakja: $I = 0,5ab^3$, ahol a és b a kard kétféle irányú kiterjedése.

Megjavított kardjával Henrik másnap újra kiállt ellenfelei elé. A harcokat szemügyre vette a vár teljes népe, hogy lássák, eme feltörekvő lovag vajon valóban akkora erővel rendelkezik, mint egyesek állítják.

Henrik, a Hajthatatlan a nézőseregnek párbajról párbajra bizonyította rátermettségét. Aznap 42 lovaggal mérte össze erejét, kikből csak 3 harcolt ki döntetlent, a többi mind a porban kiáltott álljt. Emberfeletti erejét és bátorságát még aznap több trubadúr költötte rímekbe.

A torna zárásán az Úr és Úrnő személyesen gratuláltak Hajthatatlan Henriknek, kit számos ajándékkal és jutalommal áldottak. Henrik viszont tudta, hogy a legtöbb, amit kapott ezen az ünnepségen, az a tapasztalat és gyakorlat, melyeket a próbatételei során gyűjtött és szerzett. Tudta, hogy lovaglása nem tökéletes, de azt is, hogy két lábával a földön nála félelmetesebb ellenfél nincs a Dunán innen, azon túl pedig nem laknak.



Így hát pár nap pihenést követően újra útnak indult, ámde most végre csak az eredeti célja lebegett szeme előtt: Erzsébet hercegnő megmentése. Ott tartózkodása során a nemes családdal összebarátkozott, azok személyesen bocsátották Henriket útjára, és kívántak neki jószerencsét.

Henrik először északnak indult, majd a folyót elérve hajóval utazott tovább, egészen a folyó kanyarán túl, ahol nem messze egy szigeten állt az Erzsébet hercegnőt fogva tartó kastély. Ezen vár...

Nem! Nem! Nem! Ez nem lehetséges! Az utolsó lapok hiányoznak a könyvből! Kétségbeesetten keresitek a könyv alatt, az asztalon, a földön, a könyvespolcon, a könyvespolc mögé becsúsztatva, bárhol, de nem találjátok. Hiába pörgetitek át a könyvet egyszer, kétszer, háromszor, az elveszett lapok nincsenek sehol. Már kezdték feladni a keresést, amikor is kinyílik az ajtó.

Barátotok azóta is a pizzák lelki világát tanulmányozta, és többedik próbálkozásra sikeresen elkészített egy ehetőnek minősíthető példányt. Büszkén lép be a szobába, amikor is egyikőtök felbuzdulva hozzárohan, kilöki kezéből a pizzát, és pólójánál fogva rángatja és neki szegezi a kérdést, hogy mégis merre lehetnek az elveszett lapok.

Barátotok kezdeti megrökönyödését hamar felváltotta az éppen a földön szétfolyó pizza látványának borzadája, de még hamarabb látható volt az arcán az, ahogy egy gyerekkori emlék előretör. Tekintetét az asztalon pihenő könyvre szegezve odasétál, majd azt kezébe veszi.

Kezébe a könyvvel elkezdi nektek mesélni róla, arról ahogy nagyon régen azt olvasgatta ugyanazon lexikon segítségével, mint ti. Őt is mindig zavarta az utolsó pár lap hiánya. Kiskorában próbálta az Erzsébet hercegnő börtönének számító kastélyt megkeresni, de sikertelenül.

Szerencsére egyikőtök jártas a földrajzban, azon belül is a térképészetben. Azonnal munkához lát a könyv homályos és bizonytalan helymegnevezéseinek összefoglalásához és rendszerezéséhez, az oldalak szélein meglapuló pár apró térkép tanulmányozásához, és az apró elrejtett mondatok összeszedéséhez. Nem kell hozzá sok idő - éppen annyi, amennyi egy pizza feltakarításához, és egy újabb pizza elkészítéséhez szükséges -, és előttetek áll a történetben szereplő helyszínek térképe.

Ez alapján már egyértelműen meghatározható a keresett vár helye. Úgy néz ki a Duna egyik kis szigetén volt. Mivel máshonnan erről a várról feljegyzés nem található, joggal gondoljátok, hogy az évek alatt összeomolhatott, és elsüllyedhetett. De talán a helyszínen maradt fenn valami nyom, valami bizonyíték az ott történetekről. Talán megéri egy amatőr ásatást kezdeni a helyszínen?

Úgy döntötök, hogy nyáron, ha minden jól megy, felkeresitek a helyszínt, és megpróbáltok ennek a történetnek egy befejezést keríteni vagy így, vagy úgy...